

INGENIERÍA QUÍMICA

## Juguetes como instrumentos de enseñanza en ingeniería: los casos del péndulo de Newton y el giroscopio

CHEMICAL ENGINEERING

## Toys as teaching tools in engineering: the cases of Newton's cradle and the gyroscope

Simon Reif-Acherman §

§Escuela de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería, Universidad del Valle, Cali, Colombia  
simon.reif@correounivalle.edu.co

(Recibido: 17 de Junio de 2013 -Aceptado: 24 de Abril de 2014)

### Resumen

Los funcionamientos de dos juguetes ampliamente conocidos, el péndulo de Newton y el giroscopio, han servido como modelo, ya sea para el desarrollo de una variedad de aplicaciones en diversas áreas de ciencia e ingeniería, o como herramienta pedagógica para la explicación de los principios físicos que gobiernan estos accesorios. La presentación de estos dos casos destaca una vez más la existencia de otras alternativas educacionales, en ocasiones más claras y de mayor motivación para los estudiantes que las tradicionales, en la descripción de ciertos fenómenos físicos.

**Palabras clave:** *Conservación de la energía, enseñanza en ingeniería, modelos y juguetes, velocidad angular.*

### Abstract

The behaviors of two widely known toys, Newton's cradle and gyroscope, have served as a model, either for the development of a variety of applications in various areas of science and engineering, or as pedagogical tool for the explanation of the physical principles that govern these accessories. The presentation of these two cases highlights once again the existence of educational alternatives, sometimes clearer and having greater motivation for students than the traditional ones, in the description of certain physical phenomena.

**Keywords:** *Angular velocity, conservation of energy, engineering education, models and toys.*

## 1. Introducción

Profesores en ingeniería se ven enfrentados en no pocas veces a la difícil tarea de encontrar alternativas para la explicación de ciertos fenómenos cuyos conceptos subyacentes resultan vitales en medio de la exposición de una teoría específica. Apropriadadas analogías con el funcionamiento de algún elemento conocido proporcionan una buena oportunidad de mostrar de manera más sencilla esos comportamientos, rebajando de cierta manera el rigor de la explicación, pero sin necesidad de restar importancia al concepto en sí mismo. Los juguetes constituyen una interesante versión de esas analogías, integrando una amplia variedad de conceptos científicos con un refrescante y no pocas veces motivante marco pedagógico. Un artículo del número anterior de Ingeniería y Competitividad presenta una exposición de situaciones en las cuales esta metodología se viene utilizando, teniendo como elemento central el caso del pájaro bebedor. El presente artículo trata con dos juguetes también ampliamente conocidos, y las posibilidades de usarlos en la descripción de fenómenos complejos en una amplia variedad de áreas tecnológicas.

## 2. Péndulo de Newton

El péndulo ha sido tratado en los libros de ciencia e ingeniería por casi cuatro siglos. El filósofo natural Francés Edme Mariotte (1620-1684) introdujo en el siglo XVII un aparato compuesto de un marco de madera con una serie de péndulos alineados en un mismo plano (Mariotte, 1717). Su propósito era el estudio de la transmisión elástica de los movimientos por medio de las colisiones entre ellos (Cross, 2012). El permanente mejoramiento de este accesorio paulatinamente lo convirtió en un elemento indispensable en laboratorios científicos.

Si bien la persona de Isaac Newton (1642-1727) no forma parte de la historia de este juguete, la mención en el libro II de su muy famoso 'Principia' acerca de la utilización de la oscilación del péndulo en la determinación de las propiedades generales de la resistencia de un fluido (Gauld, 2009), y la participación de sus tres leyes del movimiento en la explicación del funcionamiento del juguete, han sido probablemente la razón de la inclusión de su nombre en la denominación del mismo.

Este accesorio, de sencillo funcionamiento, consiste de un número, usualmente impar, de idénticas bolas de acero cromadas (5 o 7 son el número más común) bajo la influencia de la gravedad, igualmente espaciadas, suspendidas simétricamente cada una por un par de delgadas cuerdas metálicas de dos pequeñas barras horizontales, paralelas entre sí, siendo todo el ensamblaje fijado a una base plana horizontal, de madera u otro material. El espaciamiento de los ganchos de donde penden los péndulos consecutivos es igual al diámetro de las bolas. La idéntica longitud de todas las cuerdas evita el desbalance y permite que todas las bolas estén cuidadosamente alineadas a lo largo de una línea horizontal, apenas tocándose entre sí. El funcionamiento permite que al levantar la bola de uno de los extremos, y posteriormente soltarla en un movimiento de oscilación pendular, aquella del otro extremo se levante de igual manera, con una velocidad muy similar, alcanzando la que pareciera ser prácticamente la misma altura desde donde la primera bola fue soltada. Visualmente, las bolas intermedias parecen permanecer inamovibles (figura 1). Si posteriormente se lleva a cabo el mismo procedimiento, pero esta vez con las dos bolas de uno de los extremos, el resultado será la oscilación hacia arriba de igual número de bolas en el extremo opuesto, con las restantes en aparente reposo. Igual situación ocurrirá con tres o más bolas, dependiendo del número total de éstas en el

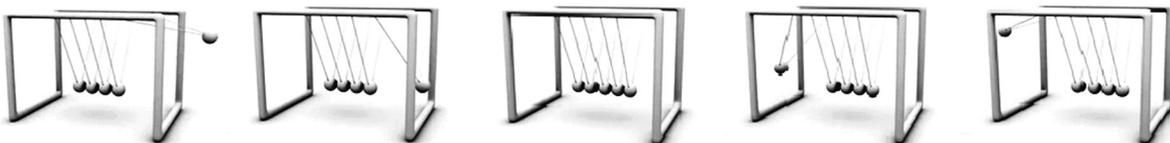


Figura 1. Péndulo de Newton en funcionamiento

aparato. El número de bolas desplazadas después de la colisión será el mismo dejado caer en el otro extremo, aun cuando dicha cifra sea superior a la mitad del total de éstas en el modelo. No importa cuántas bolas se dejen caer desde un extremo, igual número se levantarán en el otro. Un video de su funcionamiento permite observar varios tipos de ensayos (Anónimo 2009).

La descripción anterior resulta válida para un sistema hipotético ideal, el cual solo se conseguiría si (1) las colisiones fueran perfectamente centrales, y todas y cada una de las bolas fueran, no solo completamente rígidas (similares a las de billar), sino también con igual forma, tamaño y peso entre sí, y (2) con colisiones completamente elásticas, es decir con coeficientes de restitución iguales a uno, o, lo que es lo mismo, velocidades iguales de las bolas antes y después de cada colisión. Esta situación supone que el ciclo de funcionamiento anteriormente descrito se repetiría indefinidamente. Bajo estas condiciones, el juguete es la representación clásica de los principios de conservación de momento y de energía total. Las anteriores condiciones nunca se cumplen en su totalidad (Bridges, 1998). Coeficientes de restitución inferiores a uno, movimientos así sea en distancias casi imperceptibles de las bolas intermedias, sucesión de pérdidas de energía manifestadas como ondas de sonido y calentamiento de las bolas en colisión debidas a la fricción, imperfecto alineamiento de las bolas, resistencia al movimiento, y deslizamiento de ellas, son los elementos más comunes presentes en este tipo de sistemas (Gavenda & Edington, 1997; Hermann & Schmälzle, 1981; Hermann & Seitz, 1982; Hutzler *et al.*, 2004). El carácter inelástico de las colisiones, verificado experimentalmente mediante la utilización de equipos de fotografía de alta velocidad enfocados al estudio de las normales colisiones simultaneas de varias esferas sólidas (Donahue *et al.*, 2008), es el responsable de que el juguete detenga su funcionamiento después de un determinado tiempo.

La utilidad de este aparentemente ‘inocente’ juguete va más allá de su papel en la simple demostración de las leyes de conservación y otra serie de

principios físicos. En ausencia de mecanismos térmicos, electrónicos, u ópticos, por ejemplo, un modelo molecular inspirado en el péndulo de Newton ha sido propuesto para explicar las etapas del proceso seguido en el fenómeno de desorción de multicapas de benceno adsorbidas en platino, iniciado con una excitación térmica en la capa quimiadsorbida, y seguida por una transferencia de energía desde la interfase Pt-C<sub>6</sub>H<sub>6</sub> a las capas exteriores del hidrocarburo (Arnolds *et al.*, 2000).

Aunque los sistemas multicuerpos tienen potenciales aplicaciones en campos tan diversos como los sistemas aeroespaciales y automotrices, plantas nucleares, ingenierías biológica y robótica, entre otras, las aplicaciones más frecuentes del péndulo a nivel de ingeniería se dan, sin embargo, como modelo a nivel micro en simulaciones de dinámica molecular de sistemas granulares de múltiple impacto (Jaeger *et al.*, 1996; Seghete & Murphey, 2010), en los cuales el rol del fluido intersticial se asume despreciable, y cuyo comportamiento de flujo está por ende únicamente regulado por diferentes interacciones partícula-partícula y partícula-pared. A los desarrollos de software para prototipos virtuales requeridos en la industria se han incorporado situaciones de flujo granular de difícil reproducción experimental, como es el caso de la evolución física de aglomerados de rocas en condiciones de vacío y ambientes de baja gravedad, tales como los presentes en las superficies de pequeños cuerpos del sistema solar como asteroides y cometas, en donde la simulaciones numéricas con ayuda del péndulo se han convertido en una técnica promisoría de estudio (Tancredi *et al.*, 2012).

La integración de propiedades específicas de las partículas, condiciones de flujo, e interacciones físicas, permite no solo la determinación de trayectorias de partículas individuales en situaciones que pueden incluir flujos gas-sólido y sistemas polidispersos y cohesivos, entre otros (Rice & Hrenya, 2009, Dahl & Hrenya, 2005, Dahl *et al.*, 2003, Weber & Hrenya, 2006), sino también la posibilidad de determinar coeficientes de transporte en los correspondientes modelos continuos (Hrenya, 2010). Si bien incorpora las

complejidades usuales presentes en sistemas más complejos, el péndulo de Newton representa el modelo más simple de analizar en lo que se refiere a este tipo de sistemas, permitiendo inicialmente la predicción en ellos de las velocidades post-impacto de cada una de las bolas (Ceanga & Hurmuzlu, 2000). La integración del péndulo con sistemas computacionales modernos y nuevas técnicas numéricas ha contribuido a una mejor modelación de procesos complejos de clusterización, fluidización, transporte neumático y clasificación por tamaño, de utilidad industrial en áreas como la petroquímica, farmacéutica, control de la polución y combustión de carbones, entre otras, coadyuvando en la elaboración de teorías constitutivas mejoradas respecto del comportamiento de los respectivos flujos de partículas, y la subsecuente elaboración de modelos matemáticos para el posterior escalamiento y optimización de las capacidades de diseño de dichas industrias (Ebrahimi & Eberhard, 2007). Un ejemplo relevante lo constituyen las investigaciones lideradas por el Departamento de Ingeniería Química y Biológica de la Universidad del Colorado, donde han venido haciendo permanente uso de un modelo físico modificado del original péndulo de Newton para simulaciones de sistemas granulares multifásicos con colisiones

lineales y oblicuas, involucrando partículas completamente secas, o recubiertas de una película líquida (figura 2) (Donahue *et al.*, 2010a, 2010b, 2008). La combinación de los resultados de estos estudios con deducciones teóricas y pruebas experimentales ha permitido mejorar el entendimiento de procesos de aglomeración y de-aglomeración en este tipo de sistemas.

Otra línea de investigación, también inspirada en el funcionamiento del juguete de referencia, es la desarrollada por un grupo de profesores de los departamentos de Aeronáutica y Física Aplicada del California Institute of Technology, se viene orientando hacia la obtención de materiales con propiedades especiales a partir de estructuras microscópicas. La utilización de una versión modificada de parámetros variables del péndulo de Newton original, con 21 cadenas paralelas, cada una sosteniendo una esfera de acero inoxidable de algo más de 20 cm de diámetro, ha permitido al grupo de trabajo la producción de poderosas señales acústicas, amplificadas más de 100 veces que cualquiera hasta el momento producidas, las cuales pueden enfocarse simultáneamente con precisión extrema en un objetivo determinado. Esta emisión de los llamados pulsos acústicos

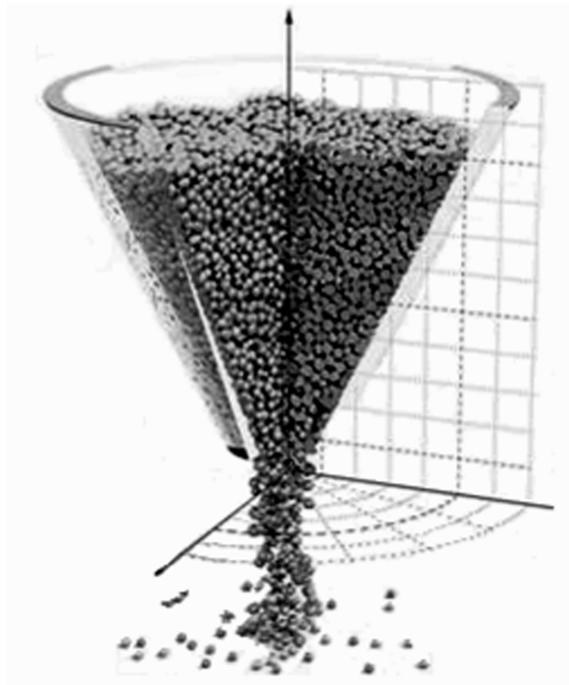


Figura 2. Ejemplo de flujo granular

compactos en cualquier tipo de medio, sólido o fluido, que enfocan las ondas de sonido de la misma forma que las ópticas la luz, se espera revolucione en el futuro diferentes aplicaciones tecnológicas, inicialmente en imagenología y terapia médica, y que igualmente contribuya al desarrollo de nuevos materiales por la técnica de ensamblaje de granos en cristales, o capas en elementos compuestos, originalmente ideados para la absorción de ondas explosivas y la evaluación no destructiva de materiales, en construcciones y sistemas de ingeniería, y dispositivos para la realización de maniobras militares (Daraio, 2011, 2012; Spadoni & Daraio, 2010; Yang *et al.*, 2012).

### 3. Giroscopios, trompos y pirinolas

El juego con un giroscopio, así como las diversas maniobras practicadas con él, pueden ser recuerdos de la infancia de muchos (figura 3). Deducir que la principal finalidad de este engañosamente simple juguete, de poco más de un cuarto de kilogramo de peso y un disco interior de alrededor de 6 cm, es proveer información sobre velocidad angular, no debe de ser complicado. Conocer que ese mismo elemento puede ayudar a prevenir la pérdida de control en una nave espacial, o contribuir a sensar la inclinación o el giro de un celular, una tableta, o

el control manual de un videojuego, puede resultar sorprendente para muchos.

Profesionales familiarizados con el uso del giróscopo saben de la gran cantidad de aplicaciones que tiene en áreas diversas, las cuales van desde las ingenierías aeronáutica y militar hasta la biomédica, pasando por otro número importante de campos. El concepto de giróscopo y su principio de funcionamiento son, sin embargo, más complejos de lo que se desearía, y un importante número de estudiantes termina aprendiéndose las definiciones y manejando la versión matemática de su modelo representativo sin asimilar realmente la esencia práctica del accesorio. Definiciones comunes como cuerpo rígido, usualmente denominado rotor, girando alrededor de un eje de rotación y montado al interior de un marco movable, el cual le permite inclinarse libremente en cualquier dirección, o dispositivo mecánico formado esencialmente por un cuerpo con simetría de rotación que gira alrededor de su eje de simetría y cuyo eje de giro no es fijo, sino de orientación cambiante en el espacio, no suelen ser fácilmente digeribles. Explicar su principio de funcionamiento haciendo referencia a un principio clásico de la mecánica clásica, la conservación del momento angular, es decir la cantidad vectorial dada por el producto de la inercia

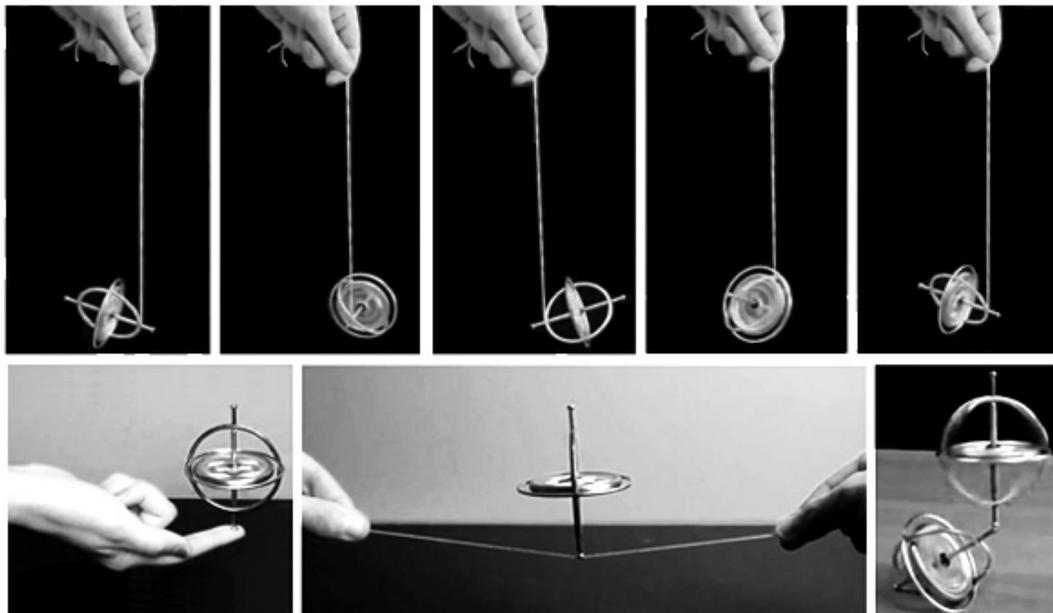


Figura 3. Diversas manipulaciones del giroscopio

rotacional y la velocidad angular respecto de un eje particular (Wrigley y Hollister, 1965), suele llegar a resultar similarmente confuso. Complementar con que en ausencia de un torque externo neto actuante sobre él al suspender el rotor de manera específica en el marco, este último mantiene su momento angular, es decir sin cambios en la velocidad angular y el eje de rotación, aportando por ende una referencia rotacional, o que con la aplicación de dicho torque el rotor girará a igual velocidad con el eje apuntando en la misma dirección, y el marco, asegurado a un cuerpo externo, se moverá libremente alrededor del rotor (figura 4), y que la medición de este movimiento es un indicativo del grado de variación respecto de la referencia original, muy probablemente no contribuye de manera significativa a aclarar los principios gobernantes.

Cualquiera de las definiciones y principios presentados anteriormente, en conjunto con una serie de complejas ecuaciones algebraicas o diferenciales relacionadas, será muy probablemente

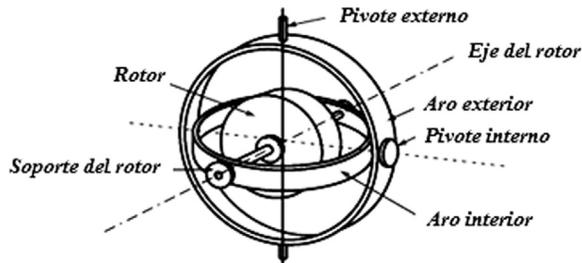


Figura 4. Elementos básicos componentes de un giroscopio de dos ejes

lo que un estudiante promedio de primer año de ingeniería encontrará en la mayoría de textos referente a la teoría subyacente al accesorio, pero resultará seguramente deficitario si lo que se busca es la conveniente visualización en orden a ubicar el dispositivo en el marco real del mundo que hasta ese momento él ha manejado. La comparación, en este caso, con algún elemento previamente conocido, no solo mejora la percepción y asimilación del nuevo conocimiento desde el punto de vista pedagógico, sino que estimula la posibilidad de análisis y estudios más profundos del inicialmente requerido. El giroscopio, como vemos enseguida, proporciona una inigualable oportunidad para ello.

Cuántos de los lectores disfrutaron en su niñez con un trompo, generalmente de madera, al cual enrollaban medio metro o más de piola, y soltaban para que girara, y en su giro desplazara otro trompo similar girando en un área previamente demarcada en el piso, o para que pudiese ser levantado con la mano y continuar girando sobre ella el mayor tiempo posible ?. Cuántos hicieron rotar la pirinola como parte de un juego en el cual se podía ganar o perder, parcial o totalmente, una apuesta?. La respuesta es seguramente muchos en ambos casos. Un gran parecido existe entre el funcionamiento de estos juguetes (figura 5a), especialmente el del trompo, y la versión de entretenimiento de un giroscopio, con la cual pueden realizarse trucos similares a los del trompo, y balanceos en ocasiones aparentemente ilógicos y desafiantes de la gravedad. En ambos casos el centro de gravedad

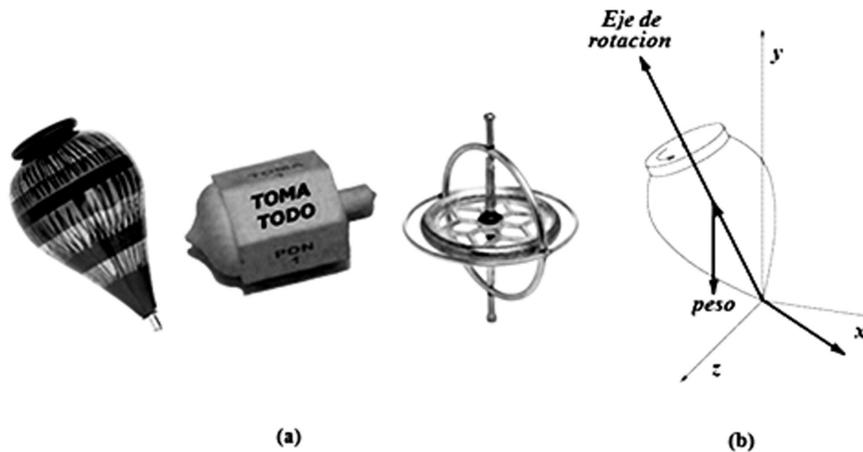


Figura 5. (a) Ejemplos de juguetes que pueden girar alrededor de su eje de simetría; (b) Fuerzas relevantes en el funcionamiento del trompo

se sitúa por encima de la posición que ocuparía si el juguete se encontrara en reposo, y el equilibrio se da en un punto en virtud de su velocidad angular y el efecto que ésta genera. El eje de rotación, que forma un ángulo con la vertical, se mueve en el espacio, generando una superficie cónica de revolución. La inercia giroscópica, es decir la habilidad del eje de giro del giroscopio para mantener una uniforme dirección independientemente de los cambios en el marco, y la precesión, o sea la tendencia que tiene el giroscopio a moverse en dirección perpendicular a la correspondiente a la fuerza externa que sobre él se aplique intentando cambiar el plano de rotación, son los efectos que caracterizan el funcionamiento de este juguete (Butikov, 2006).

La única diferencia significativa entre el giroscopio y el trompo es el movimiento de vaivén circular característico de éste último, resultante de la fuerza de gravedad que tiende a hacerlo caer, debido al hecho de no tener fijo uno de sus extremos. Mientras la fuerza de gravedad ‘intenta’ hacer caer al trompo de un lado, el juguete desvía su inclinación hacia el otro, y así sucesivamente (figura 5b). El primer resultado, la no caída del trompo, va cambiando paulatinamente en la medida en que las fuerzas de rozamiento con el aire y con el suelo se vuelven importantes, provocando debilitamiento, y por ende, disminución en la velocidad de giro del trompo. De esta manera, el mencionado vaivén va aumentando en tamaño, hasta que a una velocidad suficientemente baja le es imposible superar la fuerza de gravedad, pierde el equilibrio, y cae definitivamente.

Comprender los principios científicos que gobiernan el funcionamiento del trompo de la niñez y la juventud, para así poder aplicarlos a su ‘mellizo’, el giroscopio, puede contribuir a la descripción y explicación del funcionamiento de una gran variedad de aplicaciones de la vida cotidiana, como por ejemplo la dinámica y estabilidad de una bicicleta (Meijaard *et al.*, 2007; Lowell & McKell, 1982; Jones, 1970), o una motocicleta (Evangelou, 2003; Sharp, 2001, 1971), o la trayectoria de una pelota de rugby, pero también de muchas aplicaciones ‘más formales’ en diversas áreas de ingeniería y ciencia en las cuales se hace uso de este accesorio para diferentes propósitos.

Unos de las aplicaciones tal vez más importantes del efecto giroscópico se dan en instrumentos relacionados con ingeniería de transporte, aeronáutica y automotriz, en la navegación y estabilización de naves espaciales, satélites dirigidos, aviones, misiles, barcos grandes, submarinos, al igual que de vehículos en tierra. Cuando una nave espacial abandona la superficie de la tierra, por ejemplo, el campo magnético de ésta última no cumple ya con el propósito de ubicar su dirección, y son los sensores de los giroscopos incorporados en la nave los que detectan su inclinación respecto de la orientación deseada del rotor, colaborando por ende con la corrección necesaria. En aviación, para citar otro caso, los giroscopos son, entre otras cosas, los elementos funcionales de lo que se denomina horizonte artificial (figura 6a), el cual indica la posición del avión respecto del horizonte, suministrando al piloto información sobre su

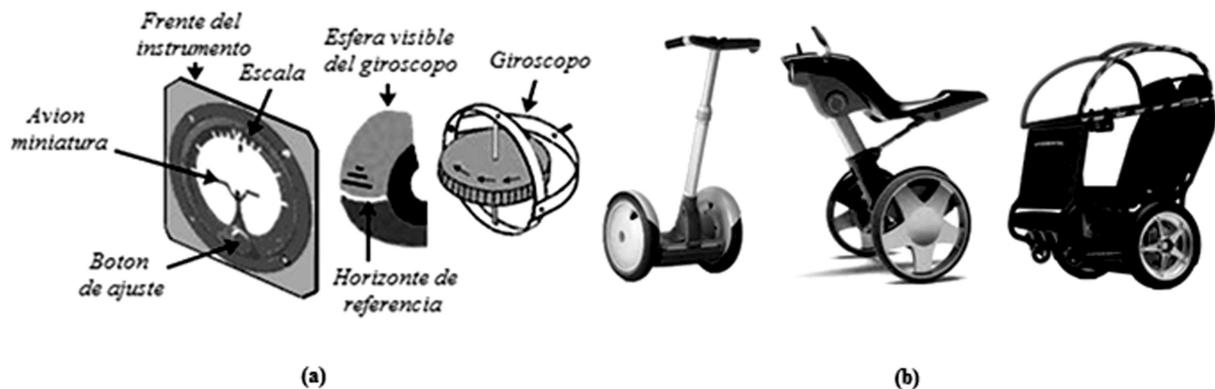


Figura 6. (a) Giroscopio en horizonte artificial; (b) Diferentes versiones de transportadores personales

posición y movimiento. Los giróscopos constituyen asimismo la base del piloto automático, sea de un avión (o un torpedo), girando en torno a un eje libre que coincide en dirección con el rumbo de éste. En el momento en que una perturbación externa modifique el rumbo, la orientación del eje del giróscopo no varía, con lo que se configura una variación de la posición de ese eje con respecto al avión, la cual se corrige automáticamente de manera inmediata. En naves marítimas los giróscopos remplazan a los compases magnéticos, afectados por los diferentes movimientos del barco. El mismo transporte terrestre actual y del futuro, accionado por medios eléctricos o no, está íntimamente ligado al giroscopio. Cinco diminutos giroscopios, en conjunto con dos acelerómetros, sensan alrededor de cien veces por segundo el ángulo de inclinación con respecto de la gravedad de los cada vez más tradicionales transportadores personales (figura 6b), permitiendo el autobalance dinámico para movimientos del conductor, ó cambios en el terreno por donde circula (Voth, 2005; Lee *et al.*, 2009).

La medicina constituye otra área importante, como por ejemplo en electrofisiología, con el diseño de pequeños accesorios para ayudar a personas con disfunciones al caminar (Pappas *et al.*, 2004) y en sistemas portátiles de medición ambulatoria de actividad física en adultos mayores (Najafi *et al.*, 2002, 2003; Li *et al.*, 2009), o en electroencefalografía, en el monitoreo de la actividad cerebral (O'Regan *et al.*, 2010), entre otras aplicaciones. Otros usos incluyen la topografía, facilitando los trabajos subterráneos al acoplarse con los teodolitos, la minería, la robótica, la industria automotriz, y, últimamente, en la más moderna generación de teléfonos móviles, como el iPhone 4 de Apple, tabletas, consolas de juego, y cámaras digitales, entre otras, con la incorporación de una versión micro-eléctrica-mecánica (usualmente denominados giróscopos MEMS), mejorando su resolución, precisión y velocidad de respuesta respecto de modelos anteriores.

#### 4. Conclusiones

Los principios físicos que gobiernan los funcionamientos del péndulo de Newton y el giroscopio pueden ser utilizados para explicar el

comportamiento de equipos e instrumentos de gran aplicabilidad en ciencia e ingeniería. Conceptos como la inelasticidad de los choques entre cuerpos similares y el de la inercia rotacional, o principios como la conservación de la energía y el momento angular, entre otros, pueden ser explicados de una manera sencilla observando el funcionamiento de estos juguetes. Analogías como la aquí descrita a manera de ejemplo del trompo de los juegos de la niñez, pueden servir como introducción a posteriores elaborados desarrollos matemáticos en orden a modelar situaciones, o diseñar aplicaciones específicas. Juguetes y elementos de la vida diaria están a disposición de educadores como herramienta pedagógica alternativa o complementaria para afianzar conceptos teóricos de original mayor complejidad y estimular el interés del estudiante.

#### 5. Referencias

Anonimo (2009). *Newtons Cradle Tricks!*, Diciembre 28, video en línea, visto Febrero 2 2013, <http://www.youtube.com/watch?v=u6BD1e0DB3k>.

Arnolds, H., Rehbein, C., Roberts, G., Levis, R. J., King, D. A. (2000). Femtosecond near-infrared laser desorption of multilayer benzene on Pt{111}: A molecular Newton's cradle?. *The Journal of Physical Chemistry B* 104 (14), 3375-3382.

Bridges, R. (1998). Energy conservation and restitution in inelastic collisions: a simple model. *Physics Education* 33 (5), 311-315.

Butikov, E. (2006). Precession and nutation of a gyroscope. *European Journal of Physics* 27 (5), 1071 – 1081.

Ceanga, V., Hurmuzlu, Y. (2000). A new look at an old problem: Newton's cradle. *Journal of Applied Mechanics* 68 (4), 575-583.

Cross, R. (2012). Edme Mariotte and Newton's cradle. *The Physics Teacher* 50 (4), 206-208.

Dahl, S. R., Hrenya, C. M. (2005). Size segregation in gas-solid fluidized beds with continuous particle size distributions. *Chemical Engineering Science* 60 (23), 6658-6673.

- Dahl, S. R., Clelland, R., Hrenya, C. M. (2003). Three-dimensional, rapid shear flow of particles with continuous size distributions. *Powder Technology* 138 (1), 7-12.
- Daraio, C. (2012). *New Frontiers of Mechanics: Exploiting Nonlinearities in the Design of New Materials*. Journal of Strain Analysis Young Investigator Lecture. SEM XII International Congress and Exposition on Experimental and Applied Mechanics, June 11-14.
- Daraio, C. (2011). *From Newton's cradle to new acoustic crystals*. Proceedings of the Phononics 2011 International Conference on Phononic Crystals, Metamaterials and Optomechanics, May 29-June 2, Santa Fe, NM.
- Donahue, C. M., Hrenya, C. M., Davis, R. H. (2010a). Stokes's cradle: Newton's cradle with liquid coating. *Physical Review Letters*, 105 (3), 034501-1 – 034501-4.
- Donahue, C. M., Hrenya, C. M., Davis, R. H., Nakagawa, K. J., Zelinskaya, A. P., Joseph, G. G. (2010b). Stokes' cradle: normal three-body collisions between wetted particles. *Journal of Fluid Mechanics* 650, 479-504.
- Donahue, C. M., Hrenya, C. M., Zelinskaya, A. P., Nakagawa, K. J. (2008). Newton's cradle undone: Experiments and collision models for the normal collision of three solid spheres. *Physics of Fluids* 20 (11), 113301-1 – 113301-11.
- Ebrahimi, S., Eberhard, P. (2007). Aspects of control problems in computational multibody dynamics. In Garcia, J. C., Goicolea, J. M., Cuadrado, J. C., editors., *Multibody Dynamics. Computational Methods and Applications*, vol. 4, 23-47.
- Evangelou, S. (2003). *The control and stability analysis of two-wheeled road vehicles*. Doctoral Thesis, Department of Electric and Electronic Engineering, Imperial College, London, Inglaterra.
- Gavenda, J. D., Edgington, J. R. (1997). Newton's cradle and scientific explanation. *The Physics Teacher* 35 (7), 411-417.
- Gauld, C. F. (2009). Newton's use of the pendulum to investigate fluid resistance: A case study and some implications for teaching about the nature of science. *Science & Education* 18 (3-4), 1-18.
- Hermann, F., Schmälzle, P. (1981). Simple explanation of a well-known collision experiment. *American Journal of Physics* 49 (8), 761-764.
- Hermann, F., Seitz, M. (1982). How does the ball-chain work?. *American Journal of Physics* 50 (11), 977-981.
- Hrenya, C. M. (2010). Extraction of transport coefficients from molecular dynamics simulations of granular flows: a perspective. *Industrial and Engineering Chemistry Research* 49 (11), 5304-5309.
- Hutzler, S., Delaney, G., Weaire, D. y MacLeod, F. (2004). Rocking Newton's cradle. *American Journal of Physics* 72 (12), 1508-1516.
- Jaeger, H. M., Nagel, S. R., Behringer, R. P. (1996). The physics of granular materials. *Physics Today* 49 (4), 32-39.
- Jones, D. E. H. (1970). The stability of the bicycle. *Physics Today* 23 (4), 34-40.
- Lee, H. -W., Ryu, S. -W., Lee, J. -M. (2009). Optimal posture of mobile inverted pendulum using a single gyroscope and tilt sensor. *ICCAS-SICE*, 865-870.
- Li, Q., Stankovic, J. A., Hanson, M. A., Barth, A. T., Lach, J., Zhou, G. (2009). *Accurate, fast fall detection using gyroscopes and accelerometer-derived posture information*. Sixth International Workshop on Wearable and Implantable Body Sensor Networks, Berkeley, USA, p. 138-143.
- Lowell, J. y McKell, H. D. (1982). The stability of bicycles. *American Journal of Physics* 50 (12), 1106-1112.
- Mariotte, E. (1717), *Œuvres de Mr Mariotte*. Paris: Marchand.
- Meijaard, J. P., Papadopoulos, Jim M., Ruina, A., Schwab, A. L. (2007). Linearized dynamics

equations for the balance and steer of a bicycle: a benchmark and review. *Proceedings of The Royal Society* 463 (2084), 1965-1982.

Najafi, B., Aminian, K., Paraschiv-Ionescu, A., Loew, F., Büla, C.J., Robert, P.A. (2003). Ambulatory system for human motion analysis using a kinematic sensor: Monitoring of daily physical activity in the elderly. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 50 (6), 711-723.

Najafi, B., Aminian, K., Blanc, Y., Robert, P. A. (2002). Measurement of stand-sit and sit-stand transitions using a miniature gyroscope and its application in fall risk evaluation in the elderly. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 49 (8), 843-851.

O'Regan, S., Faul, S., Marnane, W. (2010). *Automatic Detection of EEG artefacts arising from head movements using gyroscopes*. In Third International Symposium on Applied Sciences in Biomedical and Communication Technologies (ISABEL'10), Rome, Italy, p. 1-5.

Pappas, I. P. I., Keller, T., Mangold, S., Popovic, M. R., Dietz, V., Morari, M. (2004). A reliable gyroscope-based Gait-phase detection sensor embedded in a shoe insole. *IEEE Sensors Journal* 4 (2), 268-274.

Rice, R. B., Hrenya, C. M. (2009). Characterization in clusters in rapid granular flows. *Physical Review E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics* 79, art. 021304.

Seghete, V., Murphey, T. (2010). *Variational solutions to simultaneous collisions between*

*multiple rigid bodies*. 2010 International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Anchorage, Alaska, p. 2731-2738.

Sharp, R. S. (2001). Stability, control and steering responses of motorcycles. *Vehicle Systems Dynamics* 35 (4-5), 291-318.

Sharp, R. S. (1971). The stability and control of motorcycles. *Journal Mechanical Engineering Science* 13 (5), 316-329.

Tancredi, G., Maciel, A., Heredia, L., Richeri, P., Nesmachnow, S. (2012). Granular physics in low-gravity environments using DEM. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 420, 3368-3380.

Voth, D. (2005). Segway to the future. *IEEE Intelligent Systems* 20 (3), 5-8.

Weber, M. W., Hrenya, C. M. (2006). Square-well model for cohesion in fluidized beds. *Chemical Engineering Science* 61 (14), 4511-4527.

Wrigley, W., Hollister, W. M. (1965). The gyroscope: theory and application. *Science* 149 (3685), 713-721.

Yang, J., Silvestro, C., Sangiorgio, S., Borkowski, S., De Nardo, L., Ebramzadeh, E., Daraio, C. (2012). Nondestructive evaluation of orthopedic implant stability using highly nonlinear solitary waves. *Smart Materials and Structures* 21, 012002-1 – 012002-10.