Ingeniería y Competitividad
Vol 28 (3) 2026 doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

Vol 28 (3)

ISSN
0123-3033
e- 2027-8284

Article Original

Cuantificación de la potencia compleja instantánea p-q considerando cargas trifásicas equilibradas

Quantification of instantaneous complex power p-q considering balanced three-phase loads

Julián García-Guarin[1] Edison Andrés Caicedo-Peñaranda[1]

[1]Grupo de Investigación en Sistemas Energéticos, Programa de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Pamplona. Norte de Santander Colombia.

Resumen

Introducción: la teoría de potencia p-q abarca los sistemas trifásicos equilibrados y resulta fundamental para analizar el flujo de energía en las redes eléctricas inteligentes. El enfoque tradicional, basado en valores eficaces (RMS), permite calcular la potencia media, mientras que la formulación en el dominio del tiempo permite analizar la potencia instantánea y su variación periódica entre ciclos positivos y negativos. Sin embargo, este enfoque no distingue la energía transformada en trabajo útil de aquella que oscila entre la fuente y la carga.
Objetivo: cuantificar la potencia activa y reactiva instantáneas mediante la comparación de cuatro métodos de estimación.
Metodología: se compararon cuatro métodos: teoría p-q basada en la transformada de Clarke, transformada de Hilbert, estimación mediante producto escalar (p) y producto vectorial (q), y método de los dos vatímetros. Se evaluaron cuatro tipos de cargas: resistivas, resistivo-inductivas, capacitivo-resistivas y no lineales. Las estimaciones se contrastaron con valores de referencia obtenidos mediante Simscape/MATLAB, utilizando indicadores de error máximo, error cuadrático medio, error absoluto medio y errores absolutos y relativos de las potencias instantáneas complejas.
Resultados: los métodos presentaron patrones de comportamiento similares y convergencia hacia los valores medios de la potencia compleja. En cargas lineales, los errores relativos fueron inferiores al 0,62 % para la potencia activa y al 0,33 % para la reactiva. Además, el filtrado paso bajo contribuyó a reducir las oscilaciones no deseadas.
Conclusiones: los métodos evaluados presentan comportamientos similares en la estimación de las potencias activa y reactiva instantáneas, con errores relativos inferiores al 1 % en cargas lineales.

Palabras clave: Circuito Aron, estimación de potencia activa y reactiva, filtros para potencia compleja instantánea, medición de potencia trifásica.

Abstract

Introduction: the p-q power theory covers balanced three-phase systems and is fundamental to analyzing energy flow in smart electrical grids. The traditional approach, based on root mean square (RMS) values, allows average power to be calculated, whereas the time-domain formulation enables the analysis of instantaneous power and its periodic variation between positive and negative cycles. However, this approach does not distinguish between energy converted into useful work and energy that simply oscillates between the source and the load.
Objective: to quantify instantaneous active and reactive power by comparing four estimation methods.
Methodology: four methods were compared: p-q theory based on the Clarke transform, the Hilbert transform, estimation using the dot product (p) and cross product (q), and the two-wattmeter method. Four types of loads were evaluated: resistive, resistive-inductive, capacitive-resistive, and nonlinear. The estimates were compared with reference values obtained using Simscape/MATLAB, employing maximum error, mean squared error, mean absolute error, and absolute and relative errors of instantaneous complex power as evaluation metrics.
Results: the methods exhibited similar behavioral patterns and converged toward the average values of complex power. For linear loads, relative errors were below 0.62% for active power and 0.33% for reactive power. Additionally, low-pass filtering helped reduce unwanted oscillations.
Conclusions: the evaluated methods exhibit similar performance in estimating instantaneous active and reactive power, with relative errors below 1% for linear loads.

Keywords: Aron circuit, active and reactive power estimation, instantaneous complex power filters, three-phase power measurement.

¿Cómo citar?

García.Guarin J, Caicedo-Peñaranda EA. Cuantificación de la potencia compleja instantánea p-q considerando cargas tri-fásicas equilibradas. Ingeniería y Competitividad, 2026, 28(3) e-20716035

https://doi.org/10.25100/iyc.v28i3.16035

Recibido: 25/7/26
Revisado: 15/9/26
Aceptado: 23/11/26
Online: 26/11/26

Correspondencia
pedro.garcia25@unipamplona.edu.co

CrossMark

CC BY NC SA

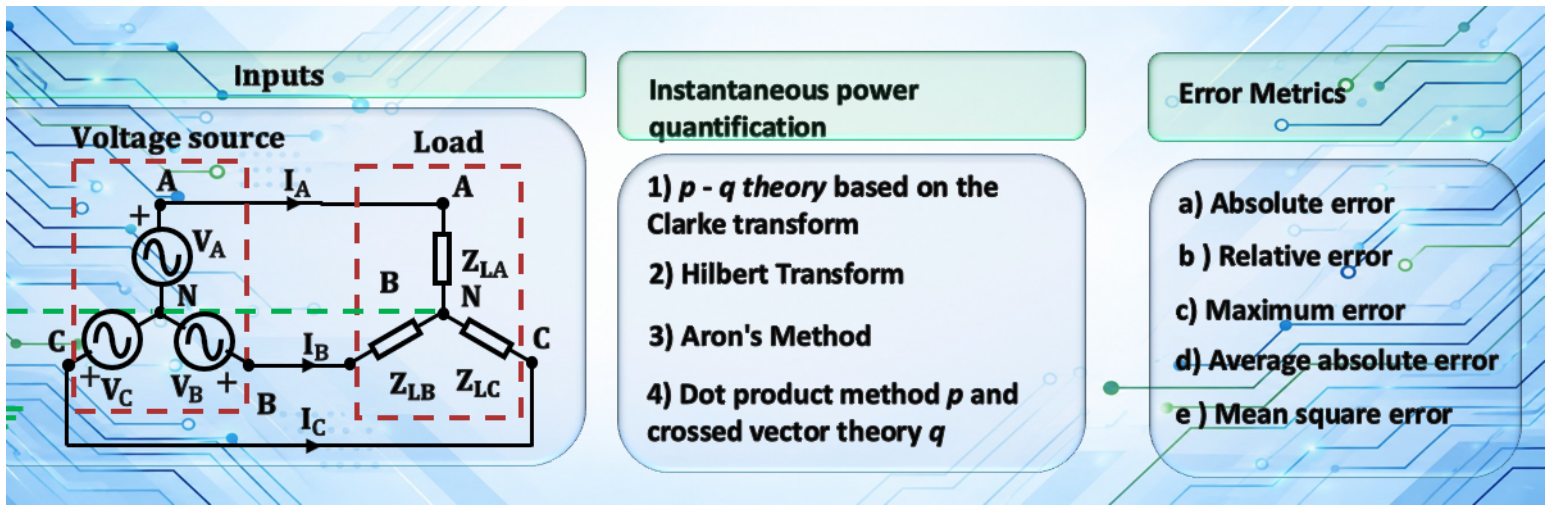
OPEN ACCESS

¿Por qué se realizó el estudio?
Para cuantificar la potencia activa y reactiva instantánea en sistemas trifásicos equilibrados, comparando cuatro metodologías distintas: 1) la teoría basada en la transformación de Clarke, 2) la transformada de Hilbert, 3) la teoría basada en los productos escalar y vectorial, y 4) el método de los dos vatímetros.

¿Cuáles fueron los hallazgos principales?
Los métodos evaluados convergen hacia valores de potencia promedio, presentando errores relativos inferiores al 0,62 % para la potencia activa y al 0,33 % para la potencia reactiva en condiciones de carga lineal.
Las cargas no lineales representan el mayor desafío para la precisión de la medición debido a la distorsión armónica. La integración de filtros paso bajo de segundo orden con respuesta Butterworth resulta fundamental en todas las metodologías para estabilizar las señales y separar los componentes promedio de los oscilatorios.
El método de Aron —o de los dos vatímetros— muestra una mayor sensibilidad numérica y oscilaciones continuas cuando la potencia reactiva es cercana a cero, lo que requiere el uso de filtros de banda eliminada (o de rechazo de banda).

¿Qué aportan estos hallazgos?
Proporcionan una evaluación cuantitativa simultánea y una herramienta comparativa de los marcos de análisis de potencia existentes, empleando una plataforma de pruebas única que garantiza la trazabilidad matemática.
Ofrecen avances prácticos para la medición de la potencia instantánea en sistemas trifásicos que carecen de conductor neutro, mediante la adaptación analítica del método de los dos vatímetros.
Brindan directrices sobre técnicas de filtrado y estabilidad numérica utilizando escalas logarítmicas.

Graphical Abstract



doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

Introducción

p - *q* Los métodos para cuantificar la potencia activa-reactiva instantánea son una herramienta clave para analizar el flujo y la calidad de potencia en sistemas trifásicos balanceados para redes inteligentes, ya sean las cargas lineales o no lineales. Comúnmente aplicados en el diseño de compensadores activos y filtros de potencia, *p* - *q* La teoría toma los voltajes y corrientes de un sistema trifásico y los convierte en un sistema de coordenadas ortogonales bidimensionales mediante la transformación (1–8). Además, la transformada de Hilbert permite obtener representaciones en el dominio del tiempo de las señales eléctricas para estimar la potencia activa y reactiva instantánea. Los métodos convencionales basados en valores RMS, en cambio, permiten calcular la potencia media a partir de valores de voltaje y corriente RMS. Cuando estos valores se calculan mediante ventanas deslizantes, es posible obtener estimaciones en el dominio temporal de la potencia media, aunque estas no representan necesariamente las fluctuaciones instantáneas dentro de cada ciclo. Estos enfoques permiten analizar los intercambios de energía entre la fuente y las cargas desde diferentes perspectivas. En condiciones sinusoidales, la potencia activa y reactiva media también puede determinarse formulando potencia compleja a partir de valores RMS y a partir del desplazamiento de fase entre voltaje y corriente (1–5,9).

La revisión bibliográfica explora diversos métodos para calcular la potencia instantánea compleja. Es importante distinguir entre la definición matemática de una magnitud instantánea y su estimación práctica, ya que el uso de ventanas de cálculo, filtros o algoritmos de procesamiento puede introducir retrasos temporales. (10). En consecuencia, la interpretación de los resultados debe tener en cuenta las características temporales del procedimiento de estimación, un aspecto relevante al comparar los métodos analizados en este estudio (1,2,13–22,3,23,24,4,5,7–9,11,12).

Una de las teorías más utilizadas es la *P*-*Q* teoría, que se basa en la transformación de Clarke para descomponer potencias instantáneas en componentes medios y oscilantes (15). Los estudios de investigación examinan las cargas no lineales, que consisten en rectificadores puente de diodos. El instantáneo *P*-*Q* la teoría separa eficazmente los componentes armónicos y genera corrientes de referencia para el filtrado activo (21,25).

Otras técnicas incluyen el método Aron para sistemas trifásicos de tres hilos y el método de medición de potencia trifásico de cuatro hilos. Estas técnicas ofrecen alternativas para medir potencia en sistemas trifásicos, dependiendo de la configuración del sistema, dentro del marco de las definiciones IEEE Std 1459-2025 (10). El método Aron para sistemas de tres hilos se basa en lecturas de dos elementos de medición de potencia y puede utilizarse como alternativa para la medición de potencia en estrategias de control de filtros activos (12). Este método determina la potencia basándose en lecturas de vatímetros, sin requerir transformaciones matemáticas de coordenadas de las señales eléctricas. Por su parte, el método trifásico de medición de potencia para sistemas de cuatro hilos permite determinar la potencia total midiendo las tres fases usando cuatro hilos o mediante tres vatímetros. Este método permite la evaluación individual de la potencia para cada fase y proporciona información completa de potencia; es especialmente ventajoso para sistemas con cargas no lineales y desbalanceadas, aunque requiere hardware de medición adicional (26).

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

La elección entre estos métodos depende de las necesidades específicas de la aplicación y de las limitaciones de medición. Por ejemplo, el análisis en el dominio del tiempo destaca cuando se trabaja con señales que presentan distorsión armónica, transitorios o elementos no sinusoidales, que son comunes en sistemas alimentados por convertidores de potencia electrónicos (9,13). Además, investigaciones recientes han señalado algunas limitaciones conceptuales significativas de esta teoría ante condiciones reales de funcionamiento, como la distorsión armónica, los desequilibrios de voltaje y las cargas no lineales (17,27–29). Cuando ***p-q*** La teoría se considera una teoría de potencias más amplia, pero surge un problema fundamental relacionado con estas limitaciones (27,29).

Para mitigar estas limitaciones, se han propuesto varios enfoques. Una línea de trabajo consiste en reformular ***p-q*** teoría utilizando marcos matemáticos alternativos, como el álgebra geométrica aplicada a potencias, que permite un análisis y descomposición más general de corrientes y potencias instantáneas bajo condiciones arbitrarias de voltaje y carga. Este enfoque se evalúa sobre una carga RLC monofásica, lo que implica un aumento del coste computacional aún no cuantificado, y la reformulación incrementa la dificultad técnica de su implementación (16). Esta investigación propone cuantificar el poder activo y reactivo instantáneo, presentando las siguientes contribuciones:

1. Se presenta una implementación exhaustiva y una evaluación simultánea de tres marcos teóricos principales para estimar la potencia instantánea de un sistema trifásico equilibrado. Los métodos empleados son la teoría p-q basada en Clarke, la teoría del vector cruzado combinada con el método del producto escalar y la transformada de Hilbert dependiente del tiempo.
2. El método de dos vatios, también conocido como método de Aron, se deriva analíticamente e implementa computacionalmente para calcular los componentes instantáneos de potencia activa y reactiva en sistemas de tres hilos. Este enfoque ofrece la ventaja de permitir mediciones en sistemas trifásicos que carecen de conductor neutro.
3. El error máximo, el error cuadrático medio de raíz, el error absoluto medio y los errores absolutos y relativos de cada metodología se cuantifican en diversos escenarios de carga resistiva, resistivo-inductiva, capacitivo-resistiva y no lineal. Además, se obtuvieron valores de potencia utilizando algoritmos propietarios Simscape/Matlab basados en valores RMS; estos valores permitieron comparar los métodos propuestos en este estudio.
4. Se analizan métodos para calcular la potencia compleja instantánea con y sin filtrado.

Esta investigación está organizada con la siguiente estructura: la segunda sección presenta el estado del arte, la tercera ilustra el desarrollo de métodos para medir la potencia instantánea p-q, la cuarta sección muestra el caso de prueba, la quinta sección presenta un análisis de los resultados y la sexta sección sintetiza los principales hallazgos y conclusiones del trabajo.

Revisión bibliográfica

En redes inteligentes, la complejidad del sistema aumenta con convertidores electrónicos, fuentes de alimentación conmutadas y cargas no lineales. Calcular la potencia instantánea en sistemas trifásicos es una herramienta esencial para analizar el flujo y la calidad de la energía, y estimar la

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

potencia instantánea permite un mejor funcionamiento de la red inteligente (22,29–31). El *P-Q* La teoría de la potencia activa y reactiva instantánea es uno de los enfoques más utilizados para el análisis de potencias (5,32). Esta teoría separa los componentes de potencia activa y reactiva en sus componentes fundamentales de frecuencia y armónicos, lo que la hace especialmente útil para analizar sistemas no sinusoidales en IEEE Std 1459-2025 (10). Sin embargo, el *p - q* La teoría tiene algunas limitaciones cuando el voltaje es no lineal (33). De hecho, las cargas no lineales presentan el mayor desafío debido a la absorción de corrientes no sinusoidales que generan distorsión armónica, afectando la precisión del equipo de medición convencional (32).

La transformada de Clarke convierte voltajes y corrientes trifásicas equilibradas en una transformación bidimensional AB sistema de coordenadas, simplificando los cálculos de potencia y proporcionando valores de potencia instantáneos (14,15,21,24,33). La aplicación general de la transformada de Clarke permite la conversión de voltajes y corrientes desde el sistema de coordenadas ABC al estacionario AB0 marco de referencia. La potencia activa instantánea se calcula como producto escalar de sus componentes (1,7,22–24,34). Esta teoría se ha aplicado con éxito en numerosas aplicaciones. Por ejemplo, la *P-Q* La teoría proporciona un análisis comparativo de los filtros de potencia activa derivados para sistemas trifásicos de cuatro cables conectados por Wye, o para armónicos compensadores y corrientes de secuencia negativa (1,7,8,12,19,29). Estos fenómenos demuestran que la teoría requiere preprocesamiento bajo ciertas condiciones, especialmente cuando se trata de voltajes de red no ideales (26,29,33). La literatura indica que el uso de la transformada de Clarke puede implicar un esfuerzo computacional excesivo en ciertas aplicaciones, aunque efectivamente separa los modos homopolares de los no homopolares (22,29). Se han estudiado otros métodos para mejorar el coste computacional.

El método de dos vatios fue desarrollado por Aron y es un método para medir potencia en sistemas trifásicos y de tres hilos (35). IEEE Std 1459-2025 aborda una fuente trifásica en una conexión delta con una carga resistiva balanceada. Esta configuración requiere una formulación para un sistema delta de tres hilos que difiera del utilizado para sistemas en forma de triángulo (estrella) de cuatro hilos. Además, la norma no evalúa otros tipos de cargas (10). El método puede ampliarse para determinar el factor de potencia a partir de la relación de las lecturas. Su ventaja radica en proporcionar una estimación de los valores RMS para *P* y *Q* sin requerir un conductor neutro. Sin embargo, no hay informes sobre la estimación de la potencia instantánea *p-q* (20,35,36). La teoría del vector cruzado y el método del producto escalar emergen como una alternativa vectorial y escalar a la *p-q* modelo, definiendo la potencia reactiva instantánea mediante el producto vector de tensión y corriente. Esta formulación ha sido descrita en la literatura como equivalente a la *p-q* modelo bajo ciertas condiciones de equilibrio, pero con diferencias significativas en la presencia de secuencia cero o desequilibrio en sistemas de cuatro hilos compuestos por tres fases y un neutro (18). La potencia compleja también se ha estudiado a partir de dos componentes: 1) la potencia activa está asociada a la alineación entre tensión y corriente, descrita mediante la estimación del producto escalar *p*, y 2) la potencia reactiva representa la energía que se almacena y devuelve al sistema; esta potencia está relacionada con el desplazamiento de fase entre voltaje y corriente, que está relacionado con la teoría del vector cruzado *q*, proporcionando la base algebraica para la formulación de potencias complejas (19,37).

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

La transformada de Hilbert se basa en la evolución instantánea de una señal. Esta herramienta se ha utilizado para interpretar la potencia en el dominio temporal, especialmente en sistemas con componentes armónicos e interarmónicos. Investigaciones recientes proponen métodos de descomposición de señales, por ejemplo, utilizando transformadas de onda combinadas con la transformada de Hilbert para estimar índices de calidad de potencia y potencias instantáneas de cada componente de frecuencia, permitiendo un análisis más detallado que el clásico *p - q* método en relación con transitorios y distorsión (9). Otro método basado en la evolución temporal es el método clásico para calcular la potencia. Este método utiliza valores RMS para estimar voltajes y corrientes con dos vatímetros. Esta técnica se utiliza ampliamente en diversas aplicaciones (36). Sin embargo, investigaciones sobre teorías de potencias instantáneas indican que estos métodos RMS pueden no capturar completamente la dinámica transitoria ni un contenido armónico significativo. A pesar de ello, siguen sirviendo como una referencia sólida para la potencia media durante condiciones de estado estacionario (31,37). Una desventaja de los métodos tradicionales de valor RMS es que a veces pueden subestimar o sobreestimar las mediciones de potencia. Esto se evidencia al comparar el factor de potencia con técnicas más recientes, lo que puede tener consecuencias reales para la medición y facturación de energía industrial (31). Además, la potencia compleja y su magnitud se derivan del voltaje y la corriente RMS (20).

El marco de revisión bibliográfica científica compara diferentes métodos de medición de potencia que integran, formulan e implementan teorías de potencia instantánea y de potencia basadas en RMS, como se muestra en la Tabla 1. En lugar de introducir una teoría completamente nueva, esta investigación enfatiza la evaluación comparativa e integración de varios enfoques establecidos, incluyendo *p - q* (PQ), teoría del vector cruzado (CVT) y la transformada de Hilbert (HT). Estas teorías suelen examinarse de forma aislada con combinaciones limitadas (1,7,19,22–24,30,34). La comparación adopta un análisis de formulaciones matemáticas y aplicaciones directas en el entorno Matlab/Simulink dentro de Simscape, basado en valores RMS. Las metodologías incluidas en la Tabla 1 se clasifican según su reproducibilidad con formulaciones explícitas tales como *p-q* teoría, teoría de vectores cruzados y la transformada de Hilbert. Estos métodos se modelan utilizando sus ecuaciones. Esto incluye el desarrollo de matrices analíticas y bloques de procesamiento de señales, garantizando su trazabilidad matemática para su implementación por terceros.

Además, los bloques Simscape son una categoría correspondiente a la biblioteca nativa Matlab/ Simscape. La referencia Simscape se indica con (B). Esta biblioteca incorpora herramientas internas de algoritmos basadas en RMS para el cálculo de potencia, cuyo código subyacente no es completamente accesible debido a restricciones de licencia. En consecuencia, Simscape se utiliza como referencia para verificar la precisión de formulaciones explícitas implementadas manualmente. También se incluyen dos casos híbridos. Algunas implementaciones combinan bloques de la biblioteca nativa con lógica Simscape para mejorar el rendimiento de simulación e integrarse con los métodos analizados por los autores de este estudio sin comprometer la integridad de los mismos. En el contexto del método de dos vatios (TW), también conocido como método Aron, es importante distinguir entre formulaciones basadas en potencia activa (AP) y potencia reactiva (AQ). Es crucial aclarar que estos términos no implican que el método esté limitado a calcular solo potencia activa o reactiva. Tanto las formulaciones AP como AQ están diseñadas para evaluar los componentes instantáneos completos de potencia activa y reactiva.

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

Las formulaciones difieren en el enfoque algebraico utilizado en su derivación. Por ejemplo, el AP o el Simscape de Aron *P* la formulación proviene de la suma estándar de lecturas de vatímetros, mientras que el AQ o el Simscape de Aron *Q* la formulación se basa en la relación diferencial como su principal base algebraica. Los métodos discutidos se citan en la bibliografía junto con los bloques Simscape y son relevantes para los estudios (12,15,26,36).

Tabla 1. Comparación de métodos de cálculo de potencia e implementaciones computacionales.

No	Simscape			HT	TW	PQ	CVT	Referencia, primer autor, año
	B	AP	AQ					
1	No	No	No	No	No	Sí	Sí	(30), Vinifa, 2022
2	No	No	No	No	No	Sí	Sí	(19), Herrera, 2009
3	No	No	No	No	Sí	No	No	(36), Thing, 2011
4	No	No	No	No	No	Sí	Sí	(22), Akagi, 2017
5	Sí	No	No	No	No	Sí	No	(34), Cerrado, 2023
6	No	No	No	No	No	Sí	Sí	(7), Herrera, 2007
7	No	No	No	No	Sí	No	No	(35), Parton, 1952
8	No	No	No	No	No	Sí	No	(33), Jauhari , 2020
9	No	No	No	No	No	Sí	No	(24), Aguilera, 2024
10	No	No	No	No	No	Sí	No	(32), De Tung, 2025
11	No	No	No	No	No	Sí	Sí	(11), Peng, 2025
12	No	No	No	Sí	No	No	No	(9), Yu, 2021
13	No	No	No	No	No	Sí	Sí	(18), Akagi, 2001
14	No	No	No	No	No	Sí	No	(37), Beck, 2016
15	No	No	No	No	No	Sí	No	(14), Rajashekaraiah, 2023
16	No	No	No	No	No	Sí	No	(25), Salmerón, 2008
17	No	No	No	No	No	Sí	No	(1), Salmerón, 2009
18	No	No	No	No	No	Sí	Sí	(29), Aredes, 2009
19	No	No	No	No	No	Sí	Sí	(8), Ustariz, 2012
20	No	No	No	No	No	Sí	Sí	(27), Czarnecki, 2014
21	No	No	No	No	No	Sí	No	(2), Tahri, 2005
22	No	No	No	No	No	Sí	Sí	(4), Akagi, 1984
23	No	No	No	No	No	Sí	No	(3), Mikkili, 2011
24	No	No	No	No	No	Sí	No	(5), Satish, 2023
25	No	No	No	No	No	Sí	No	(15), Artemenko, 2024
26	No	No	No	No	No	Sí	No	(12), Artemenko, 2020
27	No	No	No	No	Sí	No	No	(26), Lu, 2022
28	No	No	No	No	No	Sí	No	(21), Kumar, 2024
29	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí	Este estudio comparativo

Nota: La nomenclatura utilizada es la siguiente: B denota el caso de referencia, AP corresponde a la formulación Aron P, AQ corresponde a la formulación Aron Q, HT se refiere a la transformada de Hilbert, TW denota el método de dos vatios, PQ representa la teoría *p* - q, y CVT denota la teoría de vectores cruzados.

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

A diferencia de trabajos anteriores que analizan metodologías de forma aislada o con combinaciones de carga limitadas (12,15,26,36), este trabajo proporciona una herramienta comparativa para la evaluación cuantitativa simultánea de formulaciones explícitas y de aquellas implementadas en entornos de simulación estándar. Por tanto, esta investigación ofrece un enfoque que estructura la evaluación de múltiples métodos de análisis de potencia. Los estudios sobre potencia instantánea son relevantes para el desarrollo de aplicaciones de control y filtrado de potencia activa. Las contribuciones de esta investigación permiten comprender la ***p-q*** teoría de la potencia instantánea basada en la transformada de Clarke, así como la estimación de la potencia activa y reactiva instantánea utilizando el método de dos vatios para Sistemas trifásicos balanceados. Además, se aborda la estimación de la potencia instantánea mediante el producto escalar y la teoría de vectores cruzados para determinar la potencia compleja instantánea, incorporando finalmente un análisis comparativo con valores RMS.

Potencia instantánea para sistemas trifásicos equilibrados

La primera subsección describe los métodos y teorías para calcular la potencia compleja instantánea. La segunda subsección presenta la estimación de parámetros para un filtro de segundo orden que mejora la potencia medida. La tercera subsección formula indicadores de rendimiento basados en métricas de error.

Métodos para estimar la potencia compleja instantánea

Todas las metodologías evaluadas se basan en la suposición fundamental de conservación de energía en el dominio temporal para sistemas trifásicos balanceados con tres o cuatro hilos. La equivalencia entre *la teoría p-q*, la teoría de vectores cruzados combinada con el método del producto escalar y el método de Aron se formula bajo condiciones sinusoidales balanceadas. Su extensión a cargas no lineales no es sencilla debido a la generación de componentes armónicos, lo que invalida la representación de las señales usando un único fasor por fase. En cargas no lineales, la descomposición armónica varía según el marco temporal utilizado, y las relaciones de fasores obtenidas no pueden generalizarse al régimen no sinusoidal de las señales. Los métodos para estimar la potencia compleja instantánea se describen a continuación.

La teoría *p-q basada en la transformada de Clarke*

La transformada de Clarke para sistemas trifásicos desbalanceados es (22–24):

$$\begin{bmatrix}\mathbf{U}_\alpha\\ \mathbf{U}_\beta\\ \mathbf{U}_0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{2}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}} & -\frac{1}{\sqrt{6}}\\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}}\\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{U}_A\\ \mathbf{U}_B\\ \mathbf{U}_C\end{bmatrix}=\boldsymbol{K_C}\begin{bmatrix}\mathbf{U}_A\\ \mathbf{U}_B\\ \mathbf{U}_C\end{bmatrix},\mathbf{U}\in\{\mathbf{V},\mathbf{I}\} \quad (1)$$

Donde representa la matriz de Clarke, representa el número complejo de la señal de corriente o tensión, la $\boldsymbol{K_C}\mathbf{U}\in\{\mathbf{V},\mathbf{I}\}$sustitución $\mathbf{U}_A=U_A\angle 0°$; y se realizan para $\mathbf{U}_B=\mathbf{U}_A\angle -120°\mathbf{U}_C=\mathbf{U}_A\angle 120°$ un sistema equilibrado.

$$\mathbf{U}_\alpha=\frac{\sqrt{6}}{2}\mathbf{U}_A;\mathbf{U}_\beta=-j\frac{\sqrt{6}}{2}\mathbf{U}_A=-j\mathbf{U}_\alpha,\mathbf{U}\in\{\mathbf{V},\mathbf{I}\} \quad (2)$$

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

Donde se ha preservado la proporcionalidad para el dominio temporal, y representan las amplitudes máximas o valores picos de las señales de tensión y corriente de fase, respectivamente $V_m I_m$.

$$v_\alpha(t) = \frac{\sqrt{6}}{2} v_a(t) = \frac{\sqrt{6}}{2} V_m \cos\omega t\,; v_\beta(t) = \frac{\sqrt{6}}{2} V_m \sin\omega t \quad (3)$$

$$i_\alpha(t) = \frac{\sqrt{6}}{2} i_a(t) = \frac{\sqrt{6}}{2} I_m \cos(\omega t - \theta); i_\beta(t) = \frac{\sqrt{6}}{2} I_m \sin(\omega t - \theta) \quad (4)$$

Donde representa el ángulo de fase entre el voltaje y la corriente de fase, y denota la frecuencia angular fundamental del sistema en rad/s$\theta\omega = 2\pi f$. El valor de la potencia activa instantánea se define por (1–8):

$$p_{\alpha\beta}(t) = v_\alpha(t) i_\alpha(t) + v_\beta(t) i_\beta(t) = \frac{3}{2} V_m I_m [\cos\omega t \cos(\omega t - \theta) + \sin\omega t \sin(\omega t - \theta)] \quad (5)$$

Para simplificar los términos oscilatorios de la ecuación anterior, se utiliza la identidad trigonométrica de la resta de ángulo con coseno, donde y .$A = \omega t B = \omega t - \theta$

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B \quad (6)$$

Por tanto, se obtiene la siguiente ecuación, en la que los términos dependientes de la frecuencia angular se cancelan $\omega t A - B = \theta$analíticamente . Por tanto, bajo condiciones sinusoidales y equilibradas, la potencia activa instantánea permanece constante a lo largo del tiempo, cumpliendo lo siguiente: = = $p_{\alpha\beta}(t) p_{\alpha\beta} P$.

$$p_{\alpha\beta} = \frac{3}{2} V_m I_m \cos\theta = 3 V_{rms} I_{rms} \cos\theta \quad (7)$$

La potencia activa instantánea carece de componentes oscilatorios y es constante en el tiempo, coincidiendo numéricamente con la potencia activa media; esto coincide con , porque $p_{\alpha\beta}(t) P = p_{\alpha\beta}(t) P = 3 V_{rms} I_{rms} \cos\theta$dado que V_{rms}eI_{rms}denotan los valores de fase efectivos (rms) del sistema, satisfaciendo las relaciones Eso $V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$y $I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$. Por tanto, bajo régimen sinusoidal y equilibrado. Los valores de potencia reactiva q puede calcularse a partir de la siguiente ecuación (1–8):

$$q_{\alpha\beta}(t) = v_\beta(t) i_\alpha(t) - v_\alpha(t) i_\beta(t) \quad (8)$$

$$q_{\alpha\beta}(t) = \frac{3}{2} V_m I_m [\sin\omega t \cos(\omega t - \theta) - \cos\omega t \sin(\omega t - \theta)] \quad (9)$$

De manera similar, la simplificación de la potencia reactiva instantánea se lleva a cabo utilizando la identidad trigonométrica de la restracción de ángulo con sinuso.

$$\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \quad (10)$$

Por lo tanto, bajo condiciones sinusoidales balanceadas, la componente de potencia reactiva instantánea no presenta variaciones temporales y es igual en magnitud a la potencia reactiva media . Aplicando la identidad (10) a la ecuación (9), la variable temporal desaparece , demostrando que la potencia reactiva instantánea carece de componente oscilatoria en régimen equilibrado, así que = = . Bajo un régimen sinusoidal equilibrado de secuencia positiva, los componentes oscilatorios dependientes de se cancelan entre sí analíticamente, haciendo que la potencia activa y reactiva instantánea se resuelva a un valor invariante en el tiempo que coincide en magnitud con la potencia

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

media $q_{\alpha\beta}(t)Q\omega tA - B = \theta q_{\alpha\beta}(t)q_{\alpha\beta}Q2\omega t\omega t_P$ y Q. Sin embargo, pueden surgir componentes oscilatorios en cargas no lineales.

$$q_{\alpha\beta} = \frac{3}{2}V_m I_m \sin\theta = 3V_{rms}I_{rms}\sin\theta \quad (11)$$

Esto coincide con , porque $Q = q_{\alpha\beta}(t)Q = 3V_{rms}I_{rms}\sin\theta$ dado que $V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$. Este método tiene la ventaja de que no requiere el uso del neutro para calcular la potencia compleja instantánea, donde se obtiene , $\mathbf{S} = 3\mathbf{V}_A\mathbf{I}_A^* = P + jQI_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ la matriz se obtiene.

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_\alpha(t) & v_\beta(t) \\ v_\beta(t) & -v_\alpha(t) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_\alpha(t) \\ i_\beta(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

La Transformación de Hilbert

La transformada de Hilbert se define como $\tilde{v}(t)$(9):

$$\tilde{x}(t) = \mathcal{H}\{x(t)\} = \frac{1}{\pi}\,\text{p.v.}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x(\tau)}{t-\tau}\,d\tau, x \in \{v, i\} \quad (13)$$

Donde p.v. representa el valor principal de Cauchy y es una convolución con . Se calculan sus versiones de desplazamiento de 90° $\frac{1}{\pi t}$(9):

$$\tilde{v}(t) = \mathcal{H}\{v(t)\},\ \tilde{i}(t) = \mathcal{H}\{i(t)\} \quad (14)$$

Las fórmulas se escriben en sus señales complejas:

$$\hat{v}_A(t) = v_A(t) + j\,\tilde{v}_A(t), \hat{\imath}_A(t) = i_A(t) + j\,\tilde{\imath}_A(t) \quad (15)$$

La potencia compleja instantánea se define de la siguiente manera: $\frac{1}{2}\,\hat{v}_A(t)\,\hat{\imath}_A^*(t)$

$$S_A(t) = \frac{1}{2}(v_A(t) + j\,\tilde{v}_A(t))(i_A(t) - j\,\tilde{\imath}_A(t)) \quad (16)$$

Multiplicar término por término: $(v_A(t) + j\,\tilde{v}_A(t))(i_A(t) - j\,\tilde{\imath}_A(t))$

$$S_A(t) = \frac{1}{2}\,\hat{v}_A(t)\,\hat{\imath}_A^*(t) = \frac{1}{2}(v_A(t) + j\,\tilde{v}_A(t))(i_A(t) - j\,\tilde{\imath}_A(t)) \quad (17)$$

$$S_A(t) = \frac{1}{2}[v_A(t)i_A(t) + j\tilde{v}_A(t)i_A(t) - jv_A(t)\,\tilde{\imath}_A(t) + \tilde{v}_A(t)\,\tilde{\imath}_A(t)] \quad (18)$$

Sustituyendo, obtenemos la expresión y, por similitud, calculamos la expresión (1–8):

$$P_A = \frac{V_m I_m}{2}\cos\theta = V_{rms}I_{rms}\cos\theta\,, Q_A = \frac{V_m I_m}{2}\sin\theta = V_{rms}I_{rms}\sin\theta \quad (19)$$

Donde es igual a 3 y es igual a $QQ_AP_3P_A$, la matriz resume el cálculo de las expresiones presentadas.

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \frac{3}{2}\begin{bmatrix} v_A(t) & \tilde{v}_A(t) \\ \tilde{v}_A(t) & -v_A(t) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_A(t) \\ \tilde{\imath}_A(t) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Potencia usando dos vatímetros o el método de Aron para sistemas trifásicos balanceados

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

El método clásico de Aron permite el cálculo de la potencia activa media mediante mediciones de dos líneas. La contribución de esta sección radica en la derivación analítica de la expresión para potencia reactiva instantánea en el dominio temporal para sistemas trifásicos balanceados, definida en la Ecuación (33) y la Ecuación (37). El cálculo de potencia utilizando el diferencial de voltaje para y se presenta a continuación, donde ; ; para la secuencia positiva, estas pueden calcularse usando las siguientes expresiones $q_2(t)\mathbf{V}_{AB}\mathbf{V}_{CB}\mathbf{V}_A = V_A\angle 0°\mathbf{V}_B = \mathbf{V}_A\angle -120°\mathbf{V}_C = \mathbf{V}_A\angle 120°$(15,26).

$$\mathbf{V}_{AB} = \mathbf{V}_A - \mathbf{V}_B = \sqrt{3}\mathbf{V}_A\angle 30°, \mathbf{V}_{CB} = \mathbf{V}_C - \mathbf{V}_B = \sqrt{3}\mathbf{V}_A\angle 90° \quad (21)$$

La proporcionalidad se conserva para el dominio temporal en la siguiente ecuación.$\sqrt{3}$

$$v_{AB}(t) = \sqrt{3}V_m\cos(\omega t + 30°), v_{CB}(t) = \sqrt{3}V_m\cos(\omega t + 90°) \quad (22)$$

Las secuencias en un sistema equilibrado se calculan con las siguientes expresiones.

$$\mathbf{I}_A^* = \frac{\mathbf{V}_{AN}^*}{\mathbf{z}_y^*} = \frac{V_A}{Z_y\angle -\theta} = I_A\angle\theta, \mathbf{I}_C^* = \frac{\mathbf{V}_{CN}^*}{\mathbf{z}_y^*} = \frac{V_A\angle -120°}{Z_y\angle -\theta} = I_A\angle(\theta - 120°) \quad (23)$$

Los valores se analizan en el dominio temporal, obteniendo las siguientes ecuaciones.

$$i_A(t) = I_m\cos(\omega t - \theta), i_C(t) = I_m\cos(\omega t - \theta + 120°) \quad (24)$$

La potencia compleja se determina mediante la siguiente ecuación.

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{V}_{AB}\mathbf{I}_A^* = \sqrt{3}V_A I_A\angle(\theta + 30°), \mathbf{S}_2 = \mathbf{V}_{CB}\mathbf{I}_C^* = \sqrt{3}V_A I_A\angle(\theta - 30°) \quad (25)$$

Los valores de potencia instantánea pueden calcularse de la siguiente manera:

$$p(t) = v_{AB}(t)i_A(t) + v_{CB}(t)i_C(t) \quad (26)$$

$$p(t) = \sqrt{3}V_m I_m[\cos(\omega t + 30°)\cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t + 90°)\cos(\omega t - \theta + 120°)] \quad (27)$$

Para transformar los productos de señal en componentes sinusoidales sumables, la identidad trigonométrica del producto de cosenos se reemplaza como se muestra a continuación:

$$\cos A\cos B = \frac{1}{2}[\cos(A - B) + \cos(A + B)] \quad (28)$$

Sustituyendo la relación de la ecuación (28) por las expresiones de voltaje y corriente de la ecuación (27), se obtiene la forma expandida del flujo de potencia.

$$p(t) = \frac{\sqrt{3}V_m I_m}{2}[\cos(30° + \theta) + \cos(2\omega t + 30° - \theta) + \cdots$$

$$\ldots\cos(\theta - 30°) + \cos(2\omega t + 210° - \theta)] \quad (29)$$

Los términos iguales se anulan y se utiliza la expresión, obteniendo la siguiente ecuación. El término ha sido cancelado, por lo que la potencia es independiente del tiempo, por lo tanto $\cos(30° + \theta) + \cos(\theta - 30°) = 2\cos\theta\cos 30° = \sqrt{3}cos\theta, \omega tp(t) = P$

$$P = \frac{3}{2}V_m I_m\cos\theta = 3V_{rms}I_{rms}\cos\theta \quad (30)$$

En el dominio de la frecuencia, la resta se realiza entre las potencias complejas calculadas para el componente real según las siguientes expresiones.

$$P_1 = \sqrt{3}V_{rms}I_{rms}\cos(\theta + 30°), P_2 = \sqrt{3}V_{rms}I_{rms}\cos(\theta - 30°) \quad (31)$$

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

La potencia activa se obtiene a partir de la siguiente expresión para cada una de las dos potencias (15,26).

$$P = P_1 + P_2 = \sqrt{3}V_{rms}I_{rms}\cos(\theta + 30°) + \sqrt{3}V_{rms}I_{rms}\cos(\theta - 30°) = 3V_{rms}I_{rms}\cos\theta \quad (32)$$

Esto coincide exactamente con . Por lo tanto, en un sistema trifásico equilibrado en estado estacionario, el flujo instantáneo de potencia activa es constante y coincide numéricamente en cada instante con la potencia activa media . La potencia reactiva instantánea puede aproximarse a partir de la siguiente expresión.$P = pp(t)P$

$$q_2(t) = \sqrt{3} * [v_{CB}(t)i_C(t) - v_{AB}(t)i_A(t)] \quad (33)$$

$$q_2(t) = 3V_mI_m[\cos(\omega t + 90°)\cos(\omega t - \theta + 120°) - \cos(\omega t + 30°)\cos(\omega t - \theta)] \quad (34)$$

El producto de cosenos se sustituye como se muestra a continuación.

$$q_2(t) = \frac{3V_mI_m}{2}[\cos(\theta - 30°) + \cos(2\omega t + 210° - \theta) \ldots$$

$$\ldots - \cos(\theta + 30°) + \cos(2\omega t + 30° - \theta)] \quad (35)$$

Los términos iguales se cancelan y se utiliza la expresión. La componente oscilante se obtiene usando la siguiente expresión.$\cos(\theta - 30°) - \cos(\theta + 30°) = -2\sin\theta\sin -30 = \sin\theta$

$$\cos(2\omega t + 210° - \theta) - \cos(2\omega t + 30° - \theta) = -2\sin(2\omega t + 120° - \theta) \quad (36)$$

La expresión obtenida en la Ecuación (37) contiene un término medio y un término oscilatorio al doble de la frecuencia fundamental con un desplazamiento de fase de . Eliminar esta oscilación mediante un filtro de parada de banda permite aislar el valor continuo equivalente a la potencia reactiva en estado estacionario sin perder el seguimiento dinámico durante los cambios de carga. La potencia reactiva instantánea se obtiene restando las oscilaciones del segundo componente fundamental de su componente medio.$q_2(t)\frac{3}{2}V_mI_m\sin\theta\ 2\omega t120°120\ \text{Hz}$

$$q_2(t) = \frac{3}{2}V_mI_m\sin\theta\ -\ 3V_mI_m\sin(2\omega t + 120° - \theta) \quad (37)$$

La potencia reactiva media se calcula utilizando la expresión de potencia RMS (20), donde representa el período fundamental de las señales de voltaje y corriente del sistema:$T = 1/f$

$$Q = \frac{1}{T}\int_0^T q(t)\,dt = \frac{3}{2}V_mI_m\sin\theta = 3V_{rms}I_{rms}\sin\theta \quad (38)$$

La potencia reactiva se calcula usando potencia activa, obteniendo la siguiente expresión (26).

$$Q = \sqrt{3}(P_2 - P_1) = 3V_{rms}I_{rms}\cos(\theta - 30°) - 3V_{rms}I_{rms}\cos(\theta + 30°)\ldots$$

$$\ldots = 3V_{rms}I_{rms}\sin\theta \quad (39)$$

La corriente y el voltaje instantáneos nos permiten llegar a la siguiente matriz en la que se representan la potencia media y la potencia reactiva instantánea.

$$\begin{bmatrix} P \\ q_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{AB}(t) & v_{CB}(t) \\ -\sqrt{3}v_{AB}(t) & \sqrt{3}v_{CB}(t) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_A(t) \\ i_C(t) \end{bmatrix} \quad (40)$$

Método del producto escalar *p* **y teoría de vectores cruzados** *q*

El producto escalar $p(t) = \vec{i}(t)\cdot\vec{v}(t)$se representa mediante las siguientes ecuaciones;

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

los vectores representan la corriente instantánea trifásica y la tensión instantánea trifásica $\vec{i}(t) = i_A(t)\hat{\imath} + i_B(t)\hat{\jmath} + i_C(t)\hat{k}\ \vec{v}(t) = v_A(t)\hat{\imath} + v_B(t)\hat{\jmath} + v_C(t)\hat{k}$(17,26). La variable trifásica está compuesta por fases *A* , *B* y *C.*

$$p(t) = i_A(t) \cdot v_A(t) + i_B(t) \cdot v_B(t) + i_C(t) \cdot v_C(t) \quad (41)$$

$$p(t) = I_m V_m[\cos\omega t \cos(\omega t - \theta) + \cos(\omega t - 120°)\cos(\omega t - \theta - 120°) \ldots$$

$$\ldots + \cos(\omega t + 120°)\cos(\omega t - \theta + 120°)] \quad (42)$$

Los términos se simplifican a la siguiente expresión aplicando la identidad trigonométrica.

$$p(t) = \frac{I_m V_m}{2}[\cos\theta + \cos(2\omega t - \theta) + \cos\theta + \cos(2\omega t - \theta - 240°) \ldots$$

$$\ldots + \cos\theta + \cos(2\omega t - \theta + 240°)] \quad (43)$$

Los términos se agrupan y se suman. La potencia activa instantánea es independiente del tiempo, por lo tanto, las $p(t) = P$expresiones se reducen a la siguiente ecuación.

$$P = \frac{3}{2} I_m V_m \cos\theta = 3V_{rms} I_{rms} \cos\theta \quad (44)$$

El producto vectorial se representa mediante el determinante utilizando los vectores unitarios de cada eje.$\vec{q}(t) = \vec{i}(t) \times \vec{v}(t)\hat{\imath},\hat{\jmath}\ \hat{k}$

$$\vec{q}(t) = \begin{bmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ i_A(t) & i_B(t) & i_C(t) \\ v_A(t) & v_B(t) & v_C(t) \end{bmatrix} \quad (45)$$

El sistema es simétrico $q_{\hat{\imath}}(t) = q_{\hat{\jmath}}(t) = q_{\hat{k}}(t)$**.** Por tanto, la magnitud de $q$para el sistema es:

$$Q = \sqrt{Q_{\hat{\imath}}^2 + Q_{\hat{\jmath}}^2 + Q_{\hat{k}}^2} = 3V_{rms} I_{rms} \sin\theta \quad (46)$$

En el dominio temporal, la estimación de la potencia reactiva instantánea se realiza utilizando el extractor de fase orientado sobre el componente del eje . Dada la simetría del sistema trifásico balanceado , la señal escalar de potencia reactiva instantánea total se determina escalando el componente extraído por el factor .$\hat{\jmath}q_{\hat{\imath}}(t) = q_{\hat{\jmath}}(t) = q_{\hat{k}}(t) q(t)\sqrt{3}$

$$q(t) = \sqrt{3}q_{\hat{\jmath}}(t) = \sqrt{3} * [i_C(t)v_A(t) - i_A(t)v_C(t)] \quad (47)$$

Al reemplazar las señales sinusoidales en el dominio temporal en la ecuación anterior, se obtienen las sustituciones en el dominio temporal, dando lugar a la siguiente ecuación.

$$q(t) = \sqrt{3} I_m V_m[\cos(\omega t - \theta + 120°)\cos\omega t - \cos(\omega t - \theta)\cos(\omega t + 120°)] \quad (48)$$

La identidad de suma angular se aplica a la expresión, dando como resultado el siguiente:

$$q(t) = \frac{\sqrt{3} I_m V_m}{2}[\cos(-\theta + 120°) + \cos(2\omega t - \theta + 120°) \ldots$$

$$\ldots - \cos(-\theta - 120°) - \cos(2\omega t - \theta + 120°)] \quad (49)$$

Dado que las componentes oscilatorias dependientes de se anulan mutuamente debido a la

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

simetría del sistema trifásico$^{\omega t}$, los valores se reducen a la siguiente expresión, porque la potencia reactiva instantánea es independiente del tiempo q (t) = Q, y se expresa mediante la siguiente expresión.

$$Q = \frac{\sqrt{3} I_m V_m}{2} [\cos(-\theta + 120°) - \cos(-\theta - 120°)] \quad (50)$$

Esta expresión se utiliza para determinar el valor de la potencia reactiva instantánea.
$\cos(-\theta + 120°) - \cos(-\theta - 120°) = 2 \sin\theta \sin 120°$

$$Q = \frac{3}{2} I_m V_m \sin\theta = 3 V_{rms} I_{rms} \sin\theta \quad (51)$$

Diseño de un filtro de segundo orden

Se diseñan dos tipos de filtros para mejorar la señal de salida de la potencia activa y reactiva.

Diseño de un filtro pasa-bajos

Los parámetros de diseño del filtro están configurados para permitir el paso de frecuencias por debajo de 5 Hz y un factor de amortiguamiento de , caracterizado por una respuesta en frecuencia máxima plana en la banda pasante y un sobresalto mínimo en el dominio temporal del 4,32% para la entrada escalonada, lo que lo hace adecuado para aplicaciones que requieren una respuesta estable sin distorsiones significativas en el dominio temporal. El valor de corresponde a una respuesta de Butterworth caracterizada por una transición suave. La frecuencia angular natural se obtiene a partir de la frecuencia natural usando la relación , sustituyendo el valor igual a $\zeta = 0.707 \zeta \omega_n \omega_n = 2\pi f_n f_n \omega_n = 2\pi(5) = 10\pi \approx 31.42$ rad/s. La función de transferencia de un filtro pasa-bajos de segundo orden permite sustituir los parámetros calculados y $\omega_n^2 = 986.962 \zeta \omega_n = 44.43$. La función de transferencia del sistema se define finalmente como:

$$F_{lp}(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}; F_{lp}(s) = \frac{986.96}{s^2 + 44.43s + 986.96} \quad (52)$$

Donde representa la variable de frecuencia compleja en el dominio de la transformada de Laplace.s

Diseño de un filtro de rechazo de banda

El filtro se define por los parámetros 1) el segundo armónico fundamental es , y 2) el factor de amortiguamiento es $f_n = 120$ Hz$\zeta = 0.15$. Esto genera un rechazo más selectivo, es decir, una banda más estrecha. La selección de estos parámetros permite suprimir componentes específicos de frecuencia de 120 Hz sin afectar significativamente al resto del espectro. La frecuencia angular natural está determinada por . Sustituyendo el valor de la frecuencia central igual a . $\omega_n \omega_n = 2\pi f_n \omega_n = 2\pi(120) = 240\pi \approx 753.98$ rad/s La función de transferencia de un filtro de banda de segundo orden permite la atenuación selectiva de un rango estrecho de frecuencias alrededor de . ω_nSustituyendo los valores obtenidos y , la función de transferencia del filtro se define como:$\omega_n^2 \approx 5684932 \zeta \omega_n \approx 226.19$

$$F_{bs}(s) = \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}; F_{bs}(s) = \frac{s^2 + 568493}{s^2 + 226.19s + 568493} \quad (53)$$

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

Indicadores de rendimiento

Los indicadores de rendimiento se basan en métricas de error que se describen a continuación.

a. Cálculo del error absoluto

El error absoluto se calcula restando M_{method}la potencia real de la potencia estimada para cada método, tal como se presenta en la ecuación.

$$\epsilon_a\,(t) = |\,M_{method}(t) - M_{ref}(t)\,|, M \in \{P, Q\} \qquad (54)$$

b. Cálculo del error relativo

El error relativo se calcula dividiendo el error absoluto por la potencia real o potencia de referencia en cada instante en el tiempo. En el caso de Q en una carga resistiva con = 0, el error relativo no se reporta para evitar divisiones por cero.Q_{ref}

$$\epsilon_r\,(t) = \frac{\epsilon_a\,(t)}{M_{ref}(t)} = \frac{|M_{method}(t) - M_{ref}(t)|}{M_{ref}(t)}, M \in \{P, Q\} \qquad (55)$$

c. Cálculo del error máximo

El error máximo se calcula restando la potencia máxima registrada durante un intervalo de cada carga de la desviación respecto a la referencia y representa el número de muestras en el intervalo de carga analizado.N

$$\epsilon_{\max} = \max_{k\in\{1,\ldots,N\}} |M_{method}(k) - M_{\text{ref}}(k)|, \quad M \in \{P, Q\} \qquad (56)$$

d. Cálculo del error absoluto medio

El error absoluto medio (MAE) se estima restando la potencia estimada para cada método de la potencia real para el rango de carga analizado.

$$\text{MAE} = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} |M_{method}(k) - M_{\text{ref}}(k)|\,, M \in \{P, Q\} \qquad (57)$$

e. Cálculo del error cuadrático medio

El error cuadrático medio (RMSE) nos permite estimar la diferencia cuadrática de la potencia estimada para cada método para el rango de carga analizado.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(M_{method}(k) - M_{\text{ref}}(k)\right)^2}, M \in \{P, Q\} \qquad (58)$$

f. Cálculo del porcentaje de sobresalto

El exceso porcentual ()M_p es el exceso máximo de la respuesta transitoria sobre el valor en estado estacionario, expresado como porcentaje.

$$M_p(\%) = \frac{M_{\max} - M_{\text{ref}}}{|M_{\text{ref}}|} \times 100, M \in \{P, Q\} \qquad (59)$$

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

Caso de prueba

En la Figura 1, el circuito trifásico balanceado consta de tres fases con cargas uniformemente distribuidas, lo que da lugar a impedancias iguales en cada fase. La interconexión de los elementos se presenta en una configuración simétrica, donde los voltajes de fase son iguales a 120 Vrms a 60 Hz y están 120° fuera de fase entre sí. Las líneas discontinuas representan los bloques de fuente y carga asociados a cada fase, destacando la característica de repetición estructural de un sistema equilibrado. También se muestra el punto de referencia común entre tierra y neutro, permitiendo analizar el comportamiento de corriente y voltaje en el sistema. Los sistemas trifásicos se caracterizan por el hecho de que la suma de las corrientes que pasan por el conductor neutro es igual a cero cuando las cargas están equilibradas. Esta configuración se utiliza porque mejora la estabilidad de la transmisión y distribución de la energía eléctrica. El circuito eléctrico trifásico balanceado con control de fase de carga se muestra en la Figura 2. Para la simulación computacional en el entorno MATLAB/Simulink con Simscape, se configuró un solucionador de pasos variables con tolerancia relativa y tolerancia absoluta automática, ejecutado en un rango de hasta $10^{-3}0\ s4\ s$ wcon un paso de integración adaptativa. Las cargas están conectadas en una configuración estrella de cuatro hilos **A**, **B**, **C** y **N,** y se conmutan mediante conmutadores de estado sólido a intervalos. Los filtros se implementaron en el dominio continuo de Laplace utilizando bloques de funciones de transferencia con condiciones de estado inicial cero. El sistema funciona mediante tres fuentes de voltaje sinusoidal ($1\ sx(0) = 0\mathbf{V_A}$, , $\mathbf{V_B}\mathbf{V_C}$) desplazadas de fase 120° entre sí y referenciadas a un neutro común (), configurando un sistema trifásico de cuatro hilos. Cada fase (y $\mathbf{NA}$, $\mathbf{BC}$) alimenta un conjunto de cargas distribuidas, representadas por impedancias equivalentes , $\mathbf{Z}_{LA}\mathbf{Z}_{IB}$ y . $\mathbf{Z}_{LC}$La carga resistiva es igual a 25 Ω, la carga resistivo-inductiva es igual a 25 Ω + 113,1 jΩ, siendo la inductancia igual a 0,3 H, y la carga resistiva-capacitiva es igual a 37 - j24,86 Ω, siendo la capacitancia igual a . Estas cargas se organizan en ramas controladas electrónicamente mediante conmutadores de estado sólido, que permiten la conexión y desconexión selectiva de cargas. El diagrama muestra bloques de control de carga para cada fase, donde las ramas resistiva e inductiva pueden activarse discretamente, así como la carga no lineal basada en un convertidor AC-DC de puente universal, que alimenta una carga RL en el enlace de corriente continua. También se incluyen módulos electrónicos de conmutación para el control dinámico de corrientes de fase ($106.7\ \mu\mathrm{F}\mathbf{I_A}$, , $\mathbf{I_B}\mathbf{I_C}$), . Las líneas discontinuas delimitan secciones funcionales del sistema, como el área de alimentación trifásica y los bloques de control de carga.

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

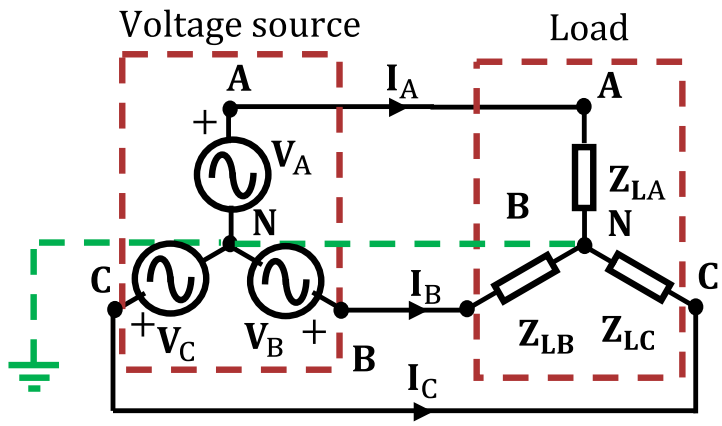


Figura 1. Circuito trifásico balanceado

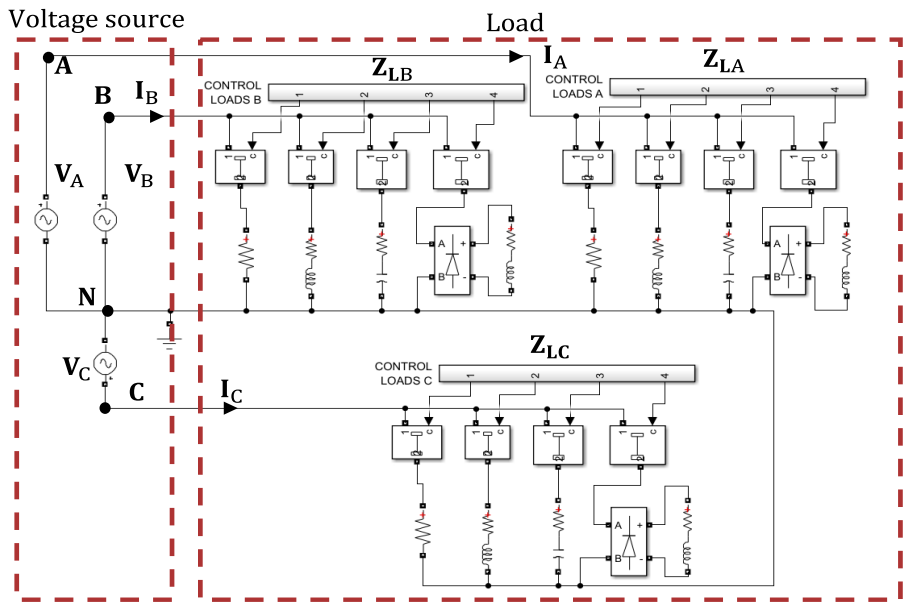


Figura 2. Representación de un circuito trifásico balanceado

Un sistema eléctrico trifásico balanceado está conectado utilizando el método de medición de potencia de dos vatios, etiquetado como W_1 y W_2, como se muestra en la Figura 3. El diagrama muestra una fuente trifásica que suministra una carga equilibrada, representada por bloques dispuestos en rojo, indicando la simetría del sistema. La conexión de las tres líneas del sistema se muestra en la parte inferior del diagrama, donde los conductores de fase se distinguen claramente. Las mediciones de voltaje se realizan utilizando dos vatímetros conectados a dos de las líneas, mientras que el tercero sirve como referencia común. El vatímetro W_1 está conectado entre las fases A y B y la línea de referencia del sistema. Este instrumento mide la potencia correspondiente a esa combinación específica de corriente y voltaje. El vatímetro W_2 está conectado entre las fases B y C y la misma línea de referencia. Este instrumento proporciona una segunda lectura independiente de la potencia parcial del sistema. Los dos vatímetros están conectados a dos líneas separadas del sistema trifásico, y sus bobinas de voltaje están conectadas a la tercera línea común. Esta configuración corresponde al método de Aron para la medición de potencia en sistemas de tres hilos. La Figura 4 presenta la implementación Simulink, Matlab/Simscape de un sistema de medición de potencia basado en procesamiento trifásico de señales eléctricas,

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

estructurado mediante bloques funcionales para adquisición, cálculo y filtrado digital. La etapa de entrada del modelo considera las variables eléctricas del sistema, específicamente los voltajes y corrientes de línea. Aunque el diagrama muestra tres voltajes etiquetados como $\mathbf{V_A}$, y $\mathbf{V_B V_C}$, el sistema opera internamente con voltajes de línea, siendo las entradas y $\mathbf{V_{AB} V_{BC}}$. Estas señales se procesan dentro del bloque de medición, que reconstruye las variables de fase mediante operaciones de resta interna entre las señales de línea, obteniendo así las cantidades necesarias para calcular la potencia activa y reactiva. Posteriormente, las señales de voltaje y corriente , , , y se introducen en el bloque central, designado como 2W, que implementa un algoritmo equivalente al método de dos vatios. Este bloque genera las señales de potencia activa y la potencia reactiva , correspondiente al procesamiento instantáneo de las variables eléctricas. Las señales de salida del bloque de 2W pasan por un proceso de acondicionamiento mediante filtros pasa-bajos, que suavizan los componentes de potencia y reducen las fluctuaciones de alta frecuencia asociadas al ruido de conmutación. Además, se implementa una etapa de filtrado más selectiva para la señal de potencia reactiva utilizando un filtro de rechazo de banda, diseñado para atenuar el componente correspondiente al segundo armónico de la frecuencia fundamental, asegurando una estimación de señal más estable .$v_a v_b v_c i_a i_c pqq$

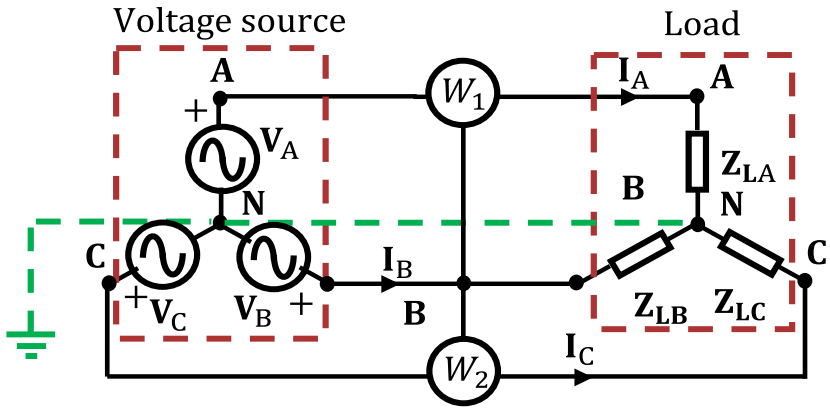


Figura 3. Medición con dos vatímetros

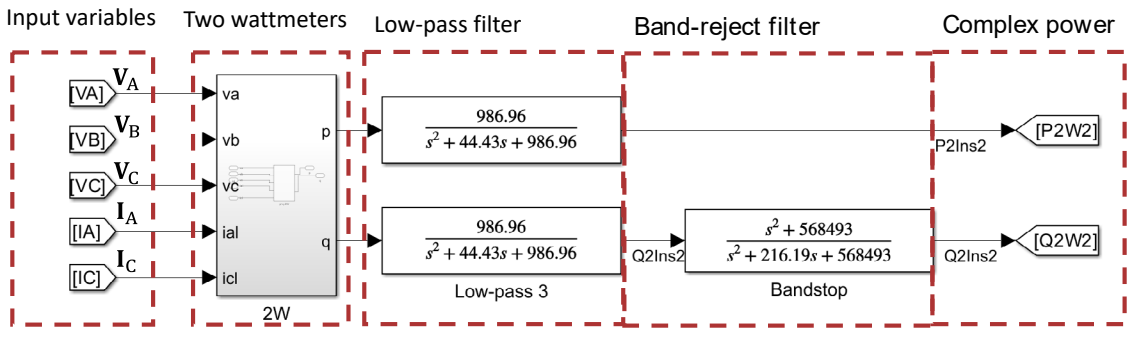


Figura 4. Simulación con dos vatímetros

La arquitectura de un sistema trifásico de estimación de potencia se implementa en el entorno Simulink/Matlab; el diseño está diseñado para calcular la potencia activa y reactiva a partir del voltaje y la corriente de fase, como se muestra en la Figura 5. La etapa de entrada considera las señales de voltaje trifásica $\mathbf{V_A}$, , $\mathbf{V_B V_C}$y la corriente $\mathbf{I_A}$, y $\mathbf{I_B I_C}$ como variables medidas del sistema

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

eléctrico. Estas señales se procesan en el bloque de métodos. El mismo bloque de medición es aplicable con cualquiera de estos tres métodos: 1) teoría p-q o 2) producto escalar p y vector cruzado q. El cálculo de la potencia instantánea para cualquiera de los tres métodos se realiza utilizando un filtro pasa-bajos para producir la potencia compleja que comprende: 1) potencia activa instantánea, denotada p, y 2) potencia reactiva instantánea, denotada q. Estos valores se determinan utilizando funciones algebraicas de los voltajes y corrientes de fase. Este proceso permite obtener señales p y q suavizadas. La Figura 6 presenta el esquema para estimar la potencia activa y reactiva instantánea a partir de señales de voltaje y corriente en el dominio temporal. El sistema recibe como entradas el voltaje y la corriente correspondientes a una fase del sistema eléctrico bajo análisis. Estas señales se aplican a un bloque de cálculo de potencia, que obtiene el componente de potencia activa instantánea y el componente de potencia reactiva instantánea. El esquema de medición aplica dos métodos: la transformada de Hilbert y el bloque de potencia Simscape. Basado en valores RMS. Tras extraer valores de potencia representativos, ambas señales se procesan utilizando filtros pasa-bajos de segundo orden. Estos filtros permiten preservar componentes de baja frecuencia.$\mathbf{V_A I_A} p(t) q(t)$

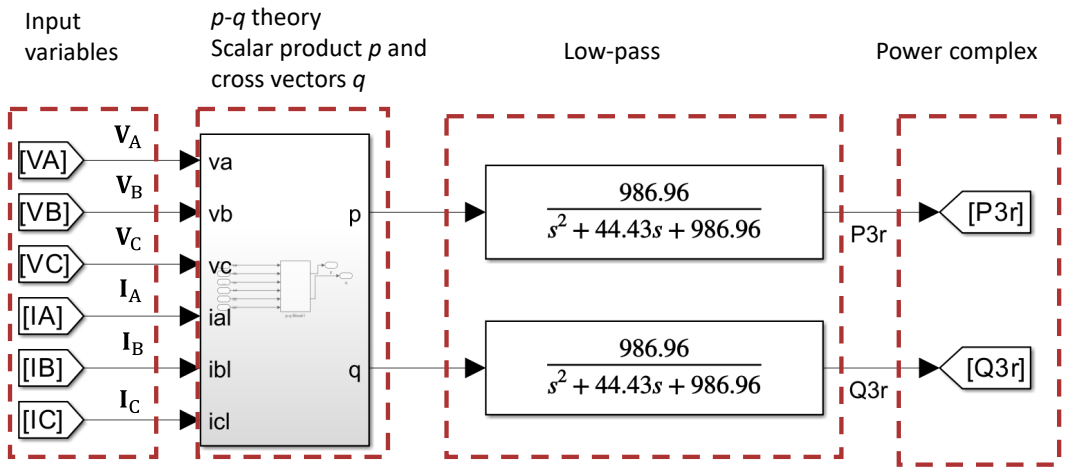


Figura 5. Simulación con tres vatímetros

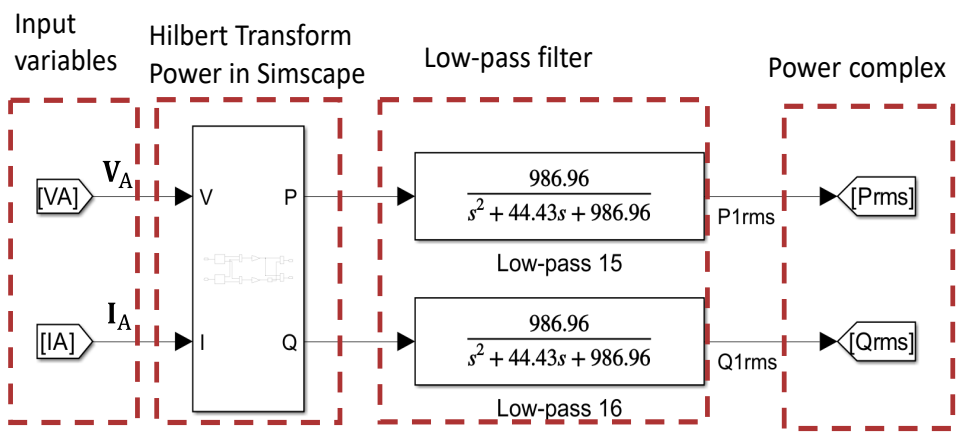


Figura 6. Simulación con un vatímetro

Además, el estudio de caso examina dos métodos que pueden aplicarse como referencia. El primero se denominará método P de Aron Simscape y el segundo, método Q de Aron Simscape .

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

El primero se calculó en la sección sobre potencia usando dos vatímetros, o el método Aron para sistemas trifásicos balanceados, y el segundo se calcula a partir de las siguientes expresiones. La potencia reactiva y activa se calcula de la siguiente manera:

$$Q = Q_2 + Q_1 = 3\,V_{rms} I_{rms} \sin\theta;\; P = \sqrt{3}(Q_1 - Q_2) = 3\,V_{rms} I_{rms} \cos\theta \quad (60)$$

Donde y corresponden a los componentes de potencia reactiva asociados con las mediciones individuales de los primeros y segundos vatímetros en la configuración de Aron$Q_1 Q_2$. La Figura 7 presenta la implementación MATLAB Simulink con Simscape del método de dos vatímetros, también conocido como método de Aron, para la estimación de potencia en sistemas trifásicos. El modelo integra dos enfoques complementarios: el cálculo de potencia activa P y potencia reactiva *Q*, denominados en el diagrama como Aron *Simscape P* y Aron *Simscape Q*, respectivamente. El sistema recibe como entradas las señales instantáneas de voltaje y corriente correspondientes a dos fases del sistema trifásico: , , $\mathbf{V_{AB}}\mathbf{V_{CB}}\mathbf{I_A}$ y . $\mathbf{I_C}$Estas señales alimentan dos bloques principales que representan los dos vatímetros del método de Aron. Cada bloque realiza el producto instantáneo de voltaje y corriente, generando así las potencias instantáneas y $P_1 P_2$, y sus correspondientes componentes reactivos Q_1 y . La sección central del diagrama implementa la característica de procesamiento algebraico de ambos métodos. Para Q_2estimar la potencia activa total, se suman las contribuciones de ambos vatímetros, seguidas de una escala por un factor , para obtener la potencia para una fase.$1/3$

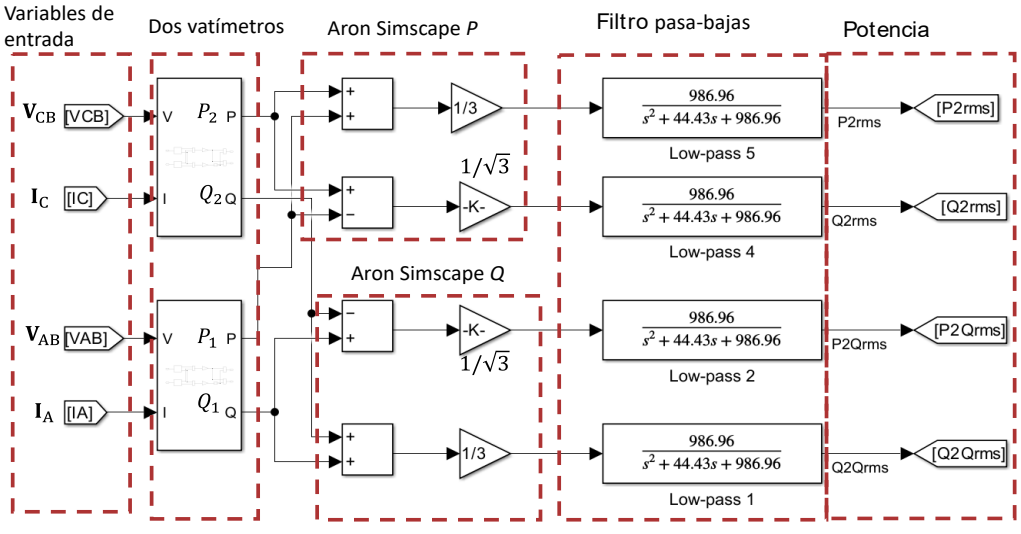


Figura 7. Referencia Simscape con 2 vatímetros.

Por otro lado, para potencia reactiva, es una combinación lineal basada en la diferencia entre los términos junto con un factor de escala, para obtener la potencia de una fase. Estas operaciones corresponden a las expresiones analíticas derivadas del método de dos vatios para sistemas equilibrados. Posteriormente, las señales se filtran utilizando filtros pasa-bajos de segundo orden, que permiten obtener las potencias activa y reactiva eliminando los componentes oscilatorios de alta frecuencia presentes en las señales instantáneas. Además, la potencia compleja de las salidas se proporciona con las magnitudes y , que representan las estimaciones suavizadas de la potencia activa y reactiva del sistema trifásico balanceado.$1/\sqrt{3}P_{2,\mathrm{rms}}Q_{2,\mathrm{rms}}$

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

La Tabla 2 presenta una comparación de los diferentes métodos utilizados para medir y analizar la potencia eléctrica en sistemas trifásicos balanceados, considerando el número de vatímetros necesarios, la necesidad de filtrado y el tipo de sistema eléctrico en el que se aplican. Las mediciones con un vatímetro emplean métodos como la referencia basada en Simscape y la transformada de Hilbert, que pueden medir tanto sistemas trifásicos monofásicos como balanceados.

Tabla 2. Métodos para medir potencia activa y reactiva.

No	Métodos	Vatímetros	Filtro pasa-bajos	Filtro de rechazo de banda	Sistema
1	Referencia de Simscape	1	Sí	No	Monofásico; Trifásico balanceado
2	Transformación de Hilbert	1	Sí	No	Monofásico; Trifásico balanceado
3	Aron o dos vatímetros	2	Sí	Sí	Trifásica equilibrada
4	Aron Simscape *P*	2	Sí	No	Trifásica equilibrada
5	Aron Simscape *Q*	2	Sí	No	Trifásica equilibrada
6	*Teoría P-Q*	3	Sí	No	Trifásica equilibrada
7	CVT	3	Sí	No	Trifásica equilibrada

Las mediciones con dos vatímetros se distinguen por el uso de tres métodos: 1) el método de Aron o método de dos vatímetros, 2) el método P de Aron Simscape y 3) el método Q de Aron Simscape. El método 1 requiere dos vatímetros y el uso combinado de un filtro pasa-bajos y un filtro de parada de banda. El primero permite obtener valores de potencia media, mientras que el segundo facilita la eliminación de componentes armónicos específicos, mejorando la precisión en condiciones no ideales. Para mediciones con mediciones con tres vatímetros para sistemas trifásicos balanceados, se utilizan teorías basadas en potencia instantánea, como la teoría ***p-q***, el método del producto escalar y la teoría del vector cruzado. Todas las metodologías emplean filtros pasa-bajos para separar los componentes medios de potencia activa y reactiva.

Resultados

Los métodos estudiados están diseñados para calcular la potencia activa y reactiva en cargas lineales. Por tanto, su aplicación a cargas no lineales requiere una evaluación adicional, ya que su validez bajo estas condiciones no ha sido establecida. Para esta evaluación, se utiliza como referencia el bloque de medición de potencia Simscape/MATLAB, una herramienta comercial cuyo comportamiento se utiliza como referencia para la comparación. Los valores de potencia activa y reactiva se obtienen una vez alcanzado el régimen de estado estacionario tras la conmutación. Dado que no hay información disponible sobre la implementación interna del bloque, los valores obtenidos se consideran referencias comparativas en lugar de valores teóricos exactos. A partir de estos valores, se cuantifica la desviación de los resultados del método propuesto respecto al benchmark del software, sin asumir previamente su validez para cargas no lineales. Además, Aron

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

Simscape *P* y Aron Simscape *Q* no son métodos exclusivamente para calcular potencia activa o reactiva, sino dos formulaciones basadas en lecturas de vatímetros del método de Aron. La suma algebraica o diferencia de *P*/*Q* se utiliza para determinar la potencia activa o reactiva. Ambos componentes permiten obtener la potencia compleja . Estas formulaciones se presentan en la Ecuación (32) y la Ecuación (60), respectivamente.$\mathbf{S} = P + jQ$

El error absoluto de la potencia activa se evalúa con cuatro tipos de cargas: resistiva, resistiva-inductiva, resistiva-capacitiva y no lineal. Los siete métodos intercambian sus cargas como se muestra en la Tabla 2 y la Figura 8. La escala logarítmica se utiliza porque facilita la visualización de resultados cercanos a cero. Los valores máximos de error absoluto de 576 W, 548,89 W, 241,29 W y 1457,89 W se muestran para las cuatro operaciones de conmutación en momentos alrededor de 0 s, 1 s, 2 s y 3 s, respectivamente. Tras cada operación de conmutación, el error absoluto de los siete métodos de cálculo disminuye rápidamente. Las cuatro cargas se evalúan tras 0,33 s, y los errores absolutos bajan a 0,6 W, 0,59 W, 0,2 W y 0,55 W aproximadamente en 0,33 s, 1,33 s, 2,33 s y 3,33 s, respectivamente. Tras estos tiempos, los errores absolutos de la potencia activa continúan disminuyendo. Al final de cada ciclo de conmutación se detectan valles de error absoluto, situándose alrededor de 3.41×10^{-13}W, 1.41×10^{-8}W, W y W. Los errores absolutos mínimos son W, W, W para las cargas resistiva, $1.36 \times 10^{-9} 8.96 \times 10^{-10} 6.92 \times 10^{-4} 4.81 \times 10^{-5} 2.9 \times 10^{-4}$ resistivo-inductiva y resistivo-capacitiva, respectivamente. Además, el error mínimo en la carga no lineal no se estabiliza y oscila entre un rango de 3.17×10^{-7}W a W. Aparece una diferencia notable en el método basado en la transformada de Hilbert. Aunque sigue una tendencia similar a las demás metodologías, presenta un nivel de error absoluto más alto que los otros seis métodos tras 0,6 s de cada ciclo de conmutación. La mayor divergencia entre metodologías se observa durante la operación con cargas no lineales; Este comportamiento es de esperar porque los métodos desarrollados en esta investigación están formulados para cargas resistivas, capacitivas e inductivas. 3.59×10^{-2}

En cargas no lineales, la potencia activa de referencia (P_{ref}) se define como el valor constante alcanzado una vez alcanzada la estabilización. El bloque de potencia activa Simscape se basa en valores RMS; se utiliza como referencia para los demás métodos; su código subyacente no es completamente accesible debido a restricciones de licencia. Además, esta investigación presenta métodos híbridos que combinan los métodos y formulaciones de Simscape presentadas aquí, como el método P de Aron Simscape y el método Q de Aron Simscape, que se basan en valores RMS presentados en la Ecuación (32) y la Ecuación (60). En la región de carga no lineal, aparecen oscilaciones persistentes y una dispersión más pronunciada entre las curvas. El método de dos vatios presenta los mayores errores absolutos y oscilación sostenida durante todo el intervalo analizado, mientras que los métodos basados en teorías p-q, el producto escalar *P* y las implementaciones de Aron mantienen errores menores.

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

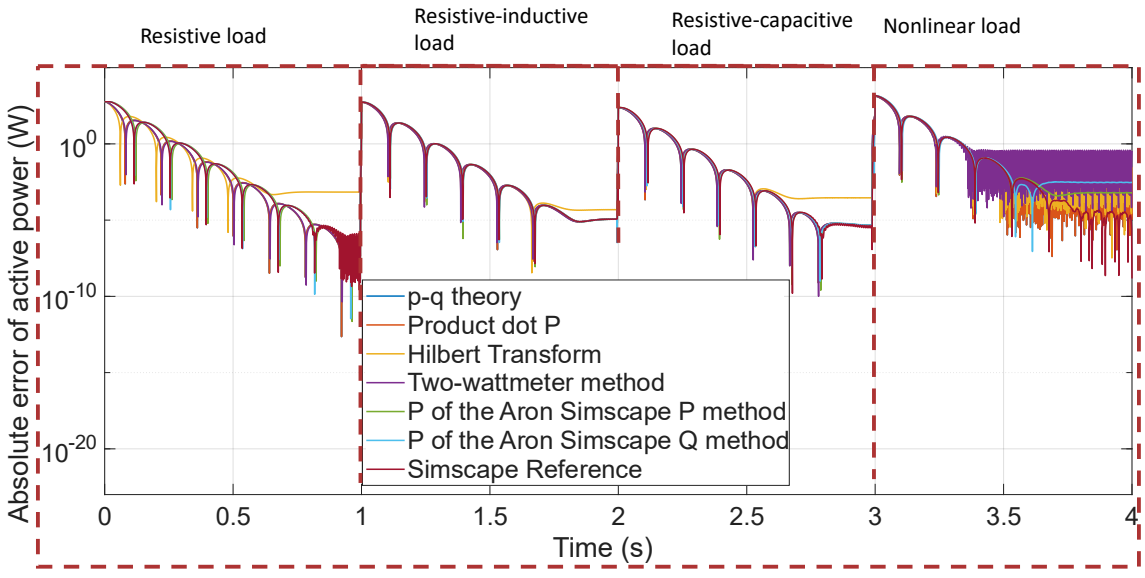


Figura 8. Error absoluto de potencia activa.

La figura 9 presenta la evolución temporal del error de potencia reactiva absoluta para siete métodos de estimación, evaluados bajo cuatro tipos de carga: 1) resistivo, 2) resistivo-inductivo, 3) resistivo-capacitivo y 4) no lineal. El eje vertical se representa a escala logarítmica para facilitar la comparación de errores que abarcan varios órdenes de magnitud de potencia reactiva en VAR y para permitir la visualización de valores cercanos a cero. Los máximos errores absolutos registrados fueron 35,65 VAR, 121 VAR, 301,7 VAR y 574,26 VAR para las cargas resistiva, resistivo-inductiva, resistiva-capacitiva y no lineal, respectivamente. Los errores absolutos caen drásticamente a 0,23 VAR, 0,092 VAR, 0,25 VAR y 0,3 VAR en tiempos aproximados de 0,33 s, 1,33 s, 2,33 s y 3,33 s, respectivamente. Además, los errores absolutos presentan valores mínimos de VAR, VAR, VAR y VAR para cargas resistivas, resistivo-inductivas, resistivo-capacitivas y no lineales, respectivamente. La transformada de Hilbert presenta una respuesta con un error absoluto limitante mayor que el de los otros seis métodos después de 0,6 s. El $1.92 \times 10^{-12} 4.08 \times 10^{-10} 7.82 \times 10^{-12} 4.1 \times 10^{-9}$ bloque de potencia reactiva Simscape basado en valores RMS se utiliza como referencia para los demás métodos. Además, esta investigación presenta métodos híbridos que combinan métodos Simscape y formulaciones reactivas, como el método P de Aron Simscape y el método Q de Aron Simscape , que presentan valores cercanos a la referencia. Las curvas correspondientes a la teoría p-q y del producto cruzado permanecen prácticamente superpuestas y con oscilaciones de error absoluto. La región de carga no lineal muestra un aumento en el valor de las oscilaciones para los siete métodos; los métodos de referencia de Simscape basados en valores RMS muestran una frecuencia de dispersión menor y logran errores absolutos menores.

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

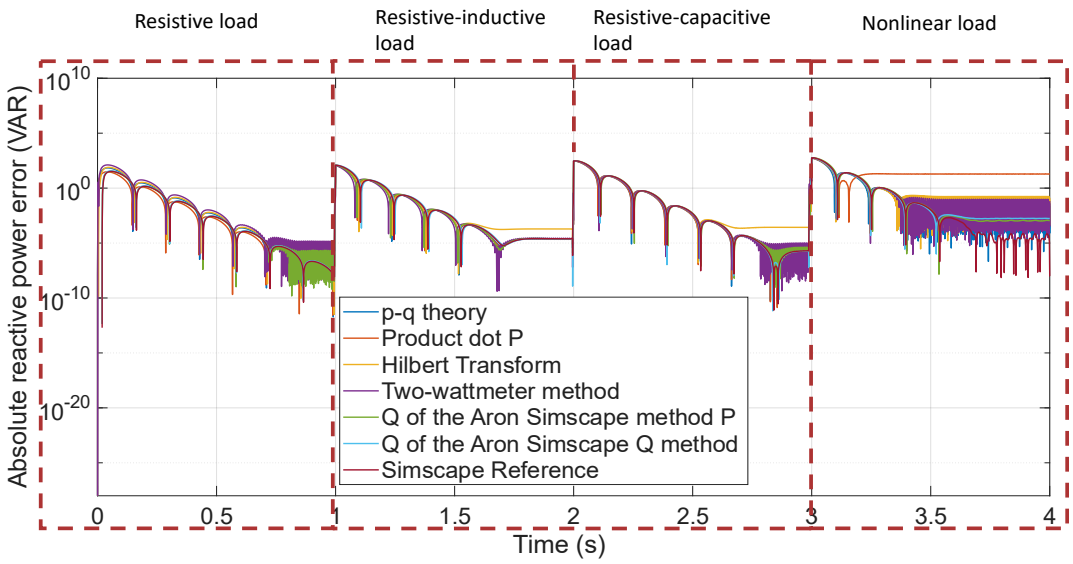


Figura 9. Error absoluto de potencia reactiva.

La figura 10 presenta la evolución temporal del error relativo de la potencia activa para los siete métodos de estimación. Las oscilaciones coinciden con las mostradas para el error absoluto de la potencia activa. La evolución temporal del error relativo de la potencia activa se expresa en una escala logarítmica y dura de 0 a 4 s. El intervalo de simulación se divide en cuatro regiones operativas: 1) carga resistiva, 2) carga resistiva-inductiva, 3) carga resistivo-capacitiva y 4) carga no lineal. El valor inicial de los siete métodos es significativamente diferente de la solución de referencia, con valores de 1) 99%, 2) 2008%, 3) 89,9% y 4) 81% para cada región, respectivamente. Los métodos convergen rápidamente hacia soluciones viables con un error inferior al 1% en tiempos de 1) 0,22 s, 2) 0,34 s, 3) 0,2 s y 4) 0,177 s, respectivamente. Se comparan los siete métodos; la transformada de Hilbert tiene el mayor error relativo, y la estimación P utilizando el método Q de Aron Simscape tiene el mayor error relativo para cargas no lineales. En ambos casos, el error relativo alcanza aproximadamente 1.7×10^{-4}% sin oscilaciones. Para cargas no lineales, el método de dos vatios presenta grandes oscilaciones que oscilan entre 0,022% y %. Los errores relativos más bajos se reportan entre $3.63 \times 10^{-6} 10^{-8}$y 10^{-14} que se obtienen mediante los métodos Simscape y producto escalar.

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

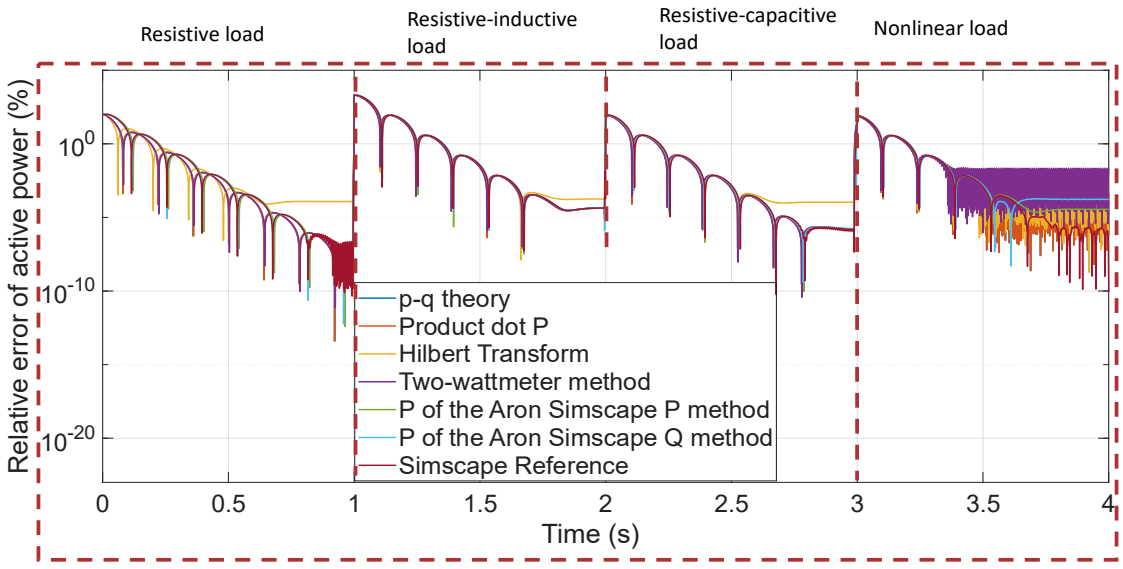


Figura 10. Error relativo de la potencia activa.

El error relativo de potencia reactiva se presenta como función del tiempo para las siete metodologías de estimación, como se muestra en la Figura 11. El eje de error relativo se expresa en una escala logarítmica para las diferentes metodologías consideradas, y la evaluación se realiza durante 4 segundos. En la evaluación del error relativo de potencia reactiva, se excluye la carga resistiva porque genera una indeterminación debida a la división por cero. El método de dos vatios presenta oscilaciones de error alrededor para cargas resistivo-inductivas, cargas resistivo-capacitivas y cargas no lineales; las oscilaciones alcanzan el rango entre y $Q_{ref} = 0\ \mathrm{VAR} 10^{-5}\% 10^{-6} 10^{-9}\%$ en la carga capacitiva resistiva y las oscilaciones para la carga no lineal alcanzan el intervalo entre y $10^{-6} 10^{-9}\%$ para la carga no lineal.

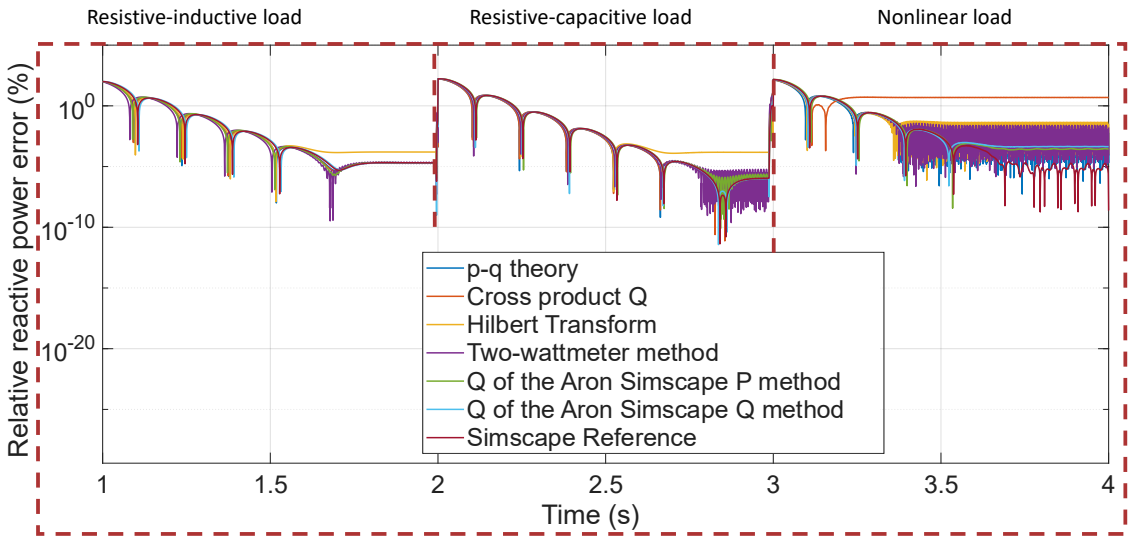


Figura 11. Error relativo de potencia reactiva.

La potencia reactiva del método Q de Aron Simscape presenta bajas oscilaciones para cargas resistivo-inductivas, alrededor de , y para cargas no lineales, las oscilaciones de error relativo son menos frecuentes, alrededor de , cerca de la $1.7 \times 10^{-6}\% 2.6 \times 10^{-4}\%$ teoría *p-q*, que muestra

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

bajas oscilaciones de . Para cargas no lineales, el producto escalar muestra el mayor error relativo de la potencia reactiva, alrededor del 4,89%, seguido por la transformada de Hilbert, oscilando en un rango entre 0,045% y 3,24%. La transformada de Hilbert presenta el mayor error relativo, alcanzando valores 4.2×10^{-4}% de % para cargas resistivo-inductivas y resistivo-capacitivas. 1.5×10^{-4}

Los métodos filtrados y sin filtrar en la Figura 12 siguen una referencia de potencia activa. La potencia activa se representa por líneas discontinuas para la potencia sin filtrar y líneas sólidas para la potencia filtrada. La potencia activa sin filtrar presenta un exceso de 2570 W, 295,4 W y 2026,29 W para cargas resistivas, resistivo-capacitivas y no lineales, respectivamente, y presenta un exceso negativo de -34,71 W para la carga resistiva-inductiva. La transformada de Hilbert muestra los sobrepasos más altos, seguida del producto escalar y la teoría ***p-q*** para las cargas analizadas. Al final de la simulación para la carga no lineal, estos métodos mantienen oscilaciones constantes. Los métodos basados en la referencia Simscape tienen menores sobrepasos y requieren un periodo de espera de 0,0167 s para obtener el primer resultado. Los métodos Simscape RMS tienen un tiempo de respuesta más lento que los otros métodos. Las oscilaciones se reducen para todas las cargas, especialmente para la carga no lineal, donde la solución se estabiliza. Los métodos de estudio se formulan con cargas lineales, por lo que el uso de filtros es más beneficioso para cargas no lineales, donde se reducen los excesos y las oscilaciones no deseadas. La potencia activa con filtrado tiene un exceso de 639,12 W, 278,45 W y 1814,44 W para cargas resistivas, resistivo-capacitivas y no lineales, respectivamente, y un sobresalto negativo de 3,1 W para cargas resistivo-inductivas. Por tanto, los métodos sin filtrar son más sensibles al cambio de carga.

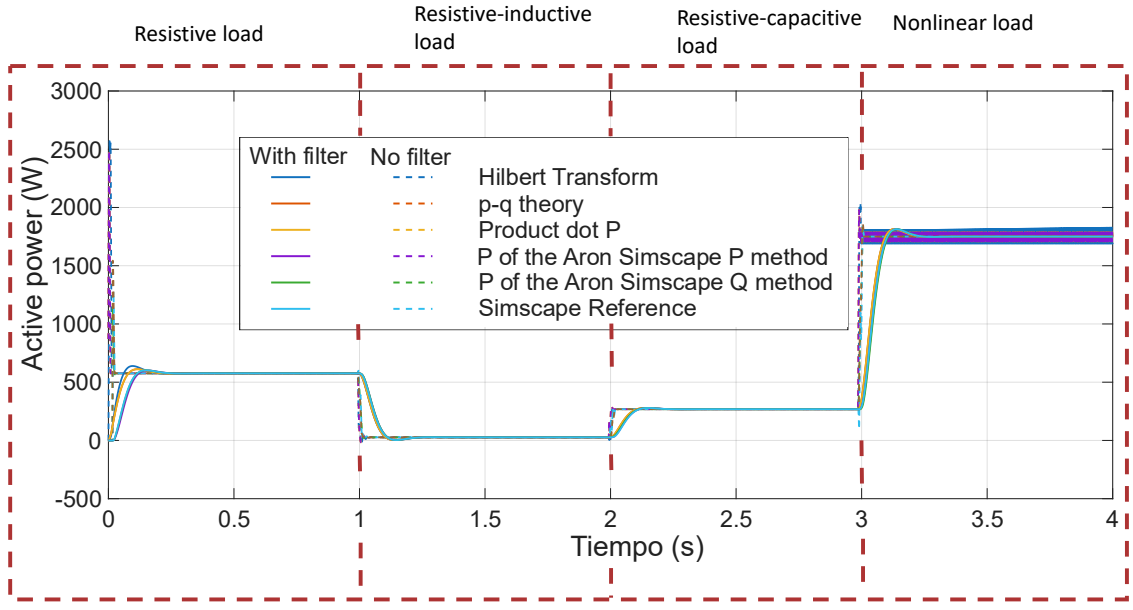


Figura 12. Potencia activa con y sin filtrado.

Los métodos filtrados y sin filtrar en la Figura 13 muestran conmutaciones de potencia reactiva durante 4 s. La potencia reactiva no filtrada muestra sobredosis de 1214 VAR y 324,92 VAR para las cargas resistivas y resistivo-capacitivas, y presenta sobredosis negativos de -258,7 VAR y -767,2 VAR para la carga resistiva-inductiva y la carga no lineal.

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

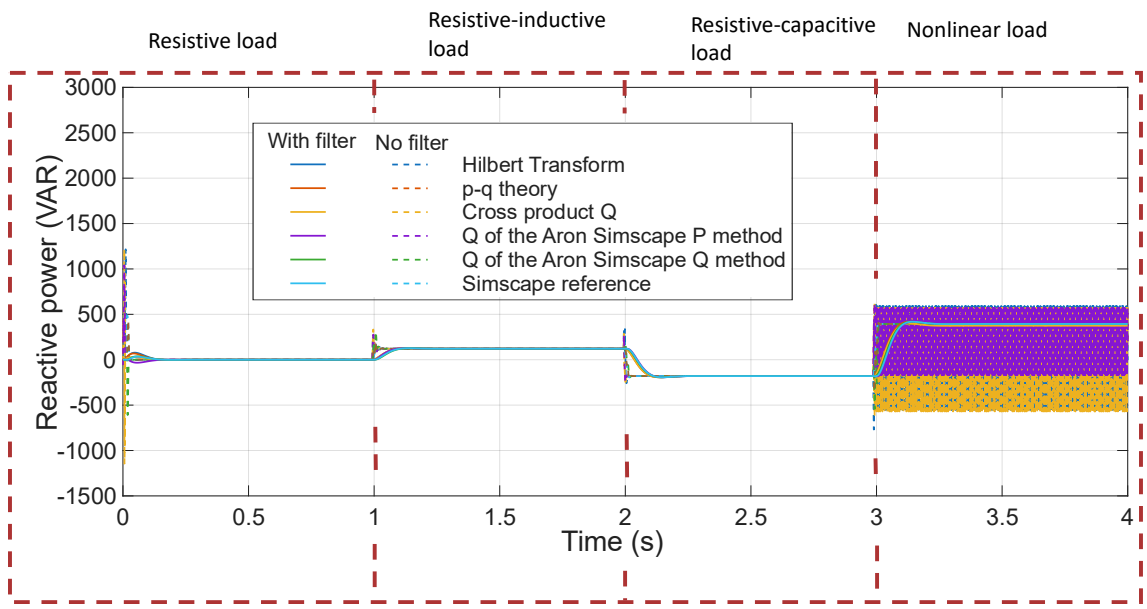


Figura 13. Potencia reactiva con y sin filtrado.

La transformada de Hilbert presenta el mayor sobresalto y el mayor retardo de respuesta, seguido por el método del producto escalar y la teoría ***p-q*** para las cargas analizadas. Al final de la simulación para la carga no lineal, estos métodos mantienen grandes oscilaciones. En contraste, los métodos RMS de Simscape presentan un sobrepaso inicial con una terminación estable para la carga no lineal. Estos métodos, basados en la referencia Simscape, tienen un sobresalto en un periodo de 0,0167 s para la carga resistiva. La potencia reactiva con filtrado tiene un sobresalto de 77,69 VAR y 127,43 VAR para la carga resistiva, y un sobresalto negativo de -258,1 VAR para la carga resistiva-inductiva. Las oscilaciones máximas oscilan entre -767,2 y 623,3 VAR para la carga no lineal. Los filtros propuestos demuestran ser eficaces para reducir el sobresalto y las oscilaciones no deseadas, especialmente para cargas no lineales.

La tabla 3 presenta el rendimiento de los siete métodos para medir la potencia activa sin filtro. Los indicadores son el error máximo , $\epsilon_{\max}$ MAE_s, , el RMSE_s error relativo , el sobresalto y el tiempo de asentamiento sin filtrado. Los siete métodos se evalúan con cargas resistivas (R), resistiva-inductivas (RL), resistivas-capacitivas (RC) y no lineales (NL). Para la carga R, las metodologías basadas en $\epsilon_r M_p t_s$ la teoría ***p-q***, el producto escalar y la transformada de Hilbert registran errores relativos moderados entre y . Sin embargo, presentan altos excesos de aproximadamente y debido a la ausencia de atenuación durante el transitorio de arranque, con tiempos de sedimentación de hasta . Por su parte, los esquemas de Aron-Simscape logran contener los siguientes y a de hasta $\cdot 0.587\ \%0.742\ \%331.9\ \%350.3\ \%0.0085\ \mathrm{s}0.0127\ \mathrm{s}\mathrm{MAE}_s 0.791\ \mathrm{W}\mathrm{RMSE}_s 10.1\ \mathrm{W}$

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

Tabla 3. Métodos de medición con indicadores de potencia activa sin filtrar**.**

Método (Tipo de carga)	$\epsilon_{\max}$ (W)	MAE_s (W)	RMSE_s (W)	ϵ_r (%)	M_p (%)	t_s (s)
Teoría *p-q* (R)	1911.5	3.382	36.1	0.587	331.9	0.0085
Teoría *p-q* (RL)	173.4	1.158	10.1	4.288	642.2	0.0587
Teoría *p-q* (RC)	1710.3	38.592	241.1	14.393	637.8	0.0085
Teoría *p-q* (NL)	40.9	23.846	26.7	1.363	2.1	0.8489
Producto escalar (R)	1911.5	3.382	36.1	0.587	331.9	0.0085
Producto escalar (RL)	173.4	1.158	10.1	4.288	642.2	0.0587
Producto escalar (RC)	1710.3	38.592	241.1	14.393	637.8	0.0085
Producto escalar (NL)	40.9	23.846	26.7	1.363	2.1	0.8489
Transformada de Hilbert (R)	1994.1	4.271	41.4	0.742	346.2	0.0127
Transformada de Hilbert (RL)	137.2	0.821	7.9	3.042	508.2	0.0613
Transformada de Hilbert (RC)	1774.7	34.945	233.8	13.032	661.9	0.0129
Transformada de Hilbert (NL)	85.1	48.174	53.1	2.753	4.9	0.8497
Método de dos vatímetros (R)	2017.7	4.960	46.5	0.861	350.3	0.0086
Método de dos vatímetros (RL)	174.0	0.883	8.7	3.271	644.3	0.0587
Método de dos vatios (RC)	2107.0	38.112	240.0	14.214	785.8	0.0084
Método de dos vatímetros (NL)	706.6	138.734	220.0	7.928	35.8	0.8499
P del método P de Aron Simscape (R)	575.7	0.791	8.8	0.137	96.3	0.0246
P del método P (RL) de Aron Simscape	400.1	0.207	0.6	0.768	1482.0	0.0536
P del método P de Aron Simscape (RC)	1135.7	14.546	105.8	5.425	423.5	0.0202
P del método P de Aron Simscape (NL)	345.3	0.112	0.1	0.006	3.0	0.0069
P del método Q de Aron Simscape (R)	703.6	0.752	10.1	0.131	122.1	0.0250
P del método Q *(RL*) de Aron Simscape	363.9	0.648	6.1	2.399	1347.7	0.0569
P del método *Q* (RC) de Aron Simscape	829.2	10.847	82.9	4.045	309.3	0.0185
P del método Q de Aron Simscape (NL)	710.3	0.116	0.1	0.007	5.1	0.0074
Referencia Simscape (R)	967.5	1.227	13.9	0.213	168.0	0.0244
Referencia Simscape (RL)	332.3	0.323	2.1	1.198	1230.6	0.0549
Referencia Simscape (RC)	1219.6	15.536	114.1	5.794	454.8	0.0221
Referencia Simscape (NL)	260.4	0.113	0.1	0.007	6.7	0.0081

Bajo condiciones de carga RL, la mayoría de los métodos muestran un comportamiento particular en los sobrepasos, que aumentan sustancialmente, alcanzando valores superiores en los modelos analíticos y superando en las variantes Aron-Simscape y la referencia interna. Sin embargo, bajo condiciones de estado estacionario, los valores de de permanecen bajos entre y , con tiempos de asentamiento alrededor de . La carga RC intensifica el error en todas las metodologías analizadas. Los algoritmos clásico y de dos vatios alcanzan valores altos, que oscilan entre y , con errores relativos hasta y excesos superiores a . Las variantes de Aron-Simscape se reducen a un rango de a y un error relativo acotado entre y . Además, el impacto de la ausencia de filtrado crea una clara bifurcación para la carga NL. Mientras que los métodos de la teoría *p-q*, producto escalar,

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

600 %1200 %MAE_s0.207 W1.158 W0.053 s0.061 s$RMSE_s$233.8 W241.1 W14.393 %600 %MAE_s10.847

W15.536 W4.045 '

Hilbert y dos vatímetros sufren degradación en régimen estacionario con un valor que sube a , los esquemas basados en Aron-Simscape y la referencia Simscape neutralizan esta distorsión registrando un valor estable de a , un error relativo mínimo de a y respuestas temporales muy rápidas de a .MAE_s138.734 WMAE_s0.112 W0.116 W0.006 %0.007 %0.0069 s0.0081 s

La Tabla 4 presenta el rendimiento de los siete métodos de medición de potencia reactiva sin filtrar. Los indicadores presentan el , el , y el sin filtrado. Para cargas R, las metodologías basadas en $\epsilon_{\max}$$MAE_s$$RMSE_s$$M_p$ la teoría ***p-q***, el producto vectorial y la transformada de Hilbert registran errores relativos moderados entre y . Estas metodologías presentan excesos masivos que exceden debido a la ausencia de atenuación en el transitorio inicial y al uso de valores iniciales alejados de la solución. Los tiempos de decantación son cortos, variando de a 1.69 %3.02 %100000 %0.009 s0.013 s. Los esquemas basados en Aron-Simscape y la referencia Simscape logran mantener la potencia reactiva por debajo y una potencia reactiva inferior a MAE_s1.45 VAR$RMSE_s$15.16 VAR. El comportamiento generalmente se estabiliza para la mayoría de los algoritmos para cargas RL. Por ejemplo, la referencia Simscape tiene una potencia reactiva de , una potencia reactiva de , y un error relativo de . Sin embargo, el método de dos vatios experimenta degradación en estado estacionario, alcanzando un de , un de y un tiempo de sedimentación de .MAE_s0.47 VAR$RMSE_s$1.038 VAR0.39 %MAE_s159.51 VAR$RMSE_s$178.17 VAR0.850 s

La carga RC intensifica la dispersión entre las técnicas analizadas. Algoritmos clásicos como la teoría *p-q* y el producto vectorial alcanzan valores de y , respectivamente. Mientras tanto, el método de dos vatios reporta un alto y un exceso de . En contraste, las variantes Aron-Simscape y la referencia interna mantienen un control relativo de error acotado entre y . Además, el impacto de la falta de filtrado es evidente en los datos para la carga NL. El producto vectorial y la transformada de Hilbert logran a y , con errores relativos de hasta y , respectivamente. El tiempo de sedimentación es . Los métodos basados en Aron-Simscape y el registro de referencia Simscape a de , a de y respuestas rápidas en el tiempo de .

$RMSE_s$90.85 VAR94.85 VARMAE_s458.34 VAR2225 %1.97 %2.85 %MAE_s207.68 VAR226.52 VAR52.71 %57.49

%0.850 sMAE_s0.29 VARϵ_r0.07 %0.009 s

La tabla 5 presenta indicadores de potencia activa para los siete métodos por fase. Los indicadores son el $\epsilon_{\max}$, el MAE, el RMSE, el , el y ϵ_r.$M_p$el . El tiempo de asentamiento se calcula con una tolerancia de aproximadamente el 2%, y el subíndice s se utiliza para representar el estado estacionario. Los métodos basados en t_s la teoría *p-q* y el producto escalar dan resultados idénticos con W y un W para la carga R. La transformada de Hilbert y el método de dos vatios presentan errores ligeramente mayores. Las implementaciones asociadas al método de Aron tienen un MAE más bajo de W. Los valores $MAE_s = 0.0021 RMSE_s = 0.029310^{-3}$ de sobresalto M_p para esta condición varían de a dependiendo del método. El tiempo de sedimentación para

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

esta condición es aproximadamente entre 0,169 s y 0,205 s. Para la carga RL, se observa un comportamiento homogéneo entre las metodologías. Los valores de se mantienen alrededor de 0,1663 W y los valores actuales están cerca de la MAE.4.4 %11 %$\mathrm{MAE}_s\mathrm{RMSE}_s$

Tabla 4. Métodos de medición con indicadores de potencia reactiva sin filtrar**.**

Método (Tipo de carga)	$\epsilon_{\max}$ (VAR)	MAE_s (VAR)	RMSE_s (VAR)	ϵ_r (%)	M_p (%)	t_s (s)
Teoría *p-q* (R)	1040.6	2.55	23.359	2.55	104060.0	0.009
Teoría *p-q* (RL)	358.7	2.53	23.490	2.09	119.9	0.038
Teoría *p-q* (RC)	797.3	13.41	90.846	7.44	242.6	0.012
Teoría *p-q* (NL)	564.0	173.21	212.558	43.96	44.9	0.850
Producto vectorial (R)	1215.2	3.02	28.029	3.02	121520.0	0.009
Producto cruzado (RL)	358.9	2.63	24.027	2.18	135.6	0.038
Producto cruzado (RC)	804.4	14.29	94.850	7.93	246.5	0.012
Producto cruzado (NL)	963.8	207.68	329.268	52.71	45.0	0.850
Transformada de Hilbert (R)	1216.2	1.69	17.696	1.69	121620.0	0.013
Transformada de Hilbert (RL)	217.4	1.16	9.375	0.96	179.7	0.040
Transformada de Hilbert (RC)	786.1	12.77	88.079	7.09	326.8	0.016
Transformada de Hilbert (NL)	948.6	226.52	293.564	57.49	50.3	0.850
Método de dos vatímetros (R)	4556.7	727.67	811.345	727.67	455670.0	0.850
Método de dos vatímetros (RL)	625.3	159.51	178.170	131.83	516.8	0.850
Método de dos vatios (RC)	4369.0	458.34	602.979	254.40	2225.0	0.850
Método de dos vatímetros (NL)	3796.0	2237.30	2502.700	567.84	963.4	0.850
Q del método P de Aron Simscape (R)	609.4	1.45	15.151	1.45	60937.0	0.025
Q del método *P* de Aron Simscape (RL)	186.5	0.63	2.700	0.52	154.1	0.042
Q del método P de Aron Simscape (RC)	362.8	4.41	32.743	2.45	201.4	0.022
Q del método P de Aron Simscape (NL)	651.8	0.29	0.289	0.07	0.0	0.009
Q del método Q de Aron Simscape (R)	488.1	0.31	3.116	0.31	48809.0	0.025
Q del método Q (RL) de Aron Simscape	72.1	0.56	2.226	0.46	11.3	0.033
Q del método Q de Aron Simscape (RC)	409.2	5.13	38.549	2.85	27.1	0.018
Q del método Q de Aron Simscape (NL)	164.6	0.29	0.289	0.07	8.2	0.009
Referencia Simscape (R)	431.4	0.69	6.796	0.69	43138.0	0.025
Referencia Simscape (RL)	82.1	0.47	1.038	0.39	51.5	0.034
Referencia Simscape (RC)	303.0	3.56	25.452	1.97	90.7	0.024
Referencia Simscape (NL)	424.3	0.29	0.288	0.07	3.6	0.009

El error relativo está aproximadamente entre 0,615 y 0,617%. Del mismo modo, se registra un aumento notable del sobresalto para esta carga debido a la dinámica inductiva, alcanzando valores superiores a . Los tiempos de asentamiento aumentan en comparación con la carga resistiva y están aproximadamente entre 0,3125 s y 0,321 s. La carga RC muestra diferencias pronunciadas entre las metodologías, alcanzando valores superiores al 2020%. La teoría *P-Q*, el

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

producto escalar y el método de dos vatios presentan entre aproximadamente 6,38 W y 6,49 W. La transformada de Hilbert la reduce a 4,69 W, y los métodos de Aron muestran una reducción del método asociado a Q. $\mathrm{RMSE}_s\mathrm{RMSE}_s\mathrm{MAE}_s$ La MAE es de 0,0452 W y su RMSE es de 0,4993 W. El error relativo es de 0,0167 %. Los tiempos de asentamiento se mantienen dentro de un rango relativamente estrecho, aproximadamente entre 0,1835 s y 0,1938 s. Los valores de están del orden de W para la carga NL. Los errores en régimen estacionario son menores. La mayoría de las metodologías presentan valores cercanos a 0,11 W con errores relativos del orden de 0,006% a 0,007%. El método de dos vatios muestra un aumento del error que alcanza una W y una W. El sobresalto para cargas no lineales se mantiene estable y bajo, manteniéndose consistentemente alrededor de . Los tiempos de asentamiento para esta condición están aproximadamente entre 0,1733 s y 0,1842 s. Las mayores diferencias entre metodologías se observan en la carga RC y en las cargas R, RL y NL. Estas estimaciones R, RL y NL están más próximas entre sí. Los tiempos de asentamiento muestran una dependencia significativa del tipo de carga, siendo la condición RL los valores más altos en prácticamente todas las metodologías evaluadas.
$E_{\max}10^3\mathrm{MAE}_s\mathrm{MAE}_s = 0.2225\mathrm{RMSE}_s = 0.25333.6\ \%3.7\ \%$

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

Tabla 5. Métodos de medición con indicadores de potencia activa con filtro**.**

Método (Tipo de carga)	$\epsilon_{\max}$ (W)	MAE_s (W)	RMSE_s (W)	ϵ_r (%)	M_p (%)	t_s (s)
Teoría *p-q* (R)	576.0	0.002	0.0293	0.0004	6.1	0.1742
Teoría *p-q* (RL)	548.1	0.166	0.1668	0.6162	2029.9	0.314
Teoría *p-q* (RC)	240.6	0.762	6.4937	0.2842	33.7	0.1835
Teoría *p-q* (NL)	1391.4	0.113	0.1128	0.0064	3.7	0.1737
Producto escalar (R)	576.0	0.002	0.0293	0.0004	6.1	0.1742
Producto escalar (RL)	548.1	0.166	0.1668	0.6162	2029.9	0.314
Producto escalar (RC)	240.6	0.762	6.4937	0.2842	33.7	0.1835
Producto escalar (NL)	1391.4	0.113	0.1128	0.0064	3.7	0.1737
Transformada de Hilbert (R)	576.0	0.006	0.0714	0.0010	11.0	0.1693
Transformada de Hilbert (RL)	547.0	0.166	0.1662	0.6153	2026.0	0.3135
Transformada de Hilbert (RC)	241.1	0.507	4.6901	0.1890	26.6	0.1875
Transformada de Hilbert (NL)	1410.4	0.112	0.1138	0.0064	3.7	0.1749
Método de dos vatímetros (R)	576.0	0.007	0.1009	0.0012	5.8	0.1753
Método de dos vatímetros (RL)	546.3	0.167	0.1666	0.6168	2023.5	0.3125
Método de dos vatios (RC)	241.3	0.746	6.3845	0.2783	33.4	0.1841
Método de dos vatímetros (NL)	1392.3	0.223	0.2533	0.0127	3.7	0.1733
P del método P de Aron Simscape (R)	576.0	0.001	0.0068	0.0002	4.4	0.2047
P del método P (RL) de Aron Simscape	548.8	0.166	0.1664	0.6165	2032.6	0.3208
P del método P de Aron Simscape (RC)	241.3	0.136	1.3176	0.0509	8.3	0.1925
P del método P de Aron Simscape (NL)	1459.6	0.112	0.1123	0.0064	3.6	0.1823
P del método *Q* de Aron Simscape (R)	576.0	0.001	0.005	0.0002	4.6	0.2009
P del método Q (RL) de Aron Simscape	549.1	0.166	0.1662	0.6153	2033.7	0.321
P del método Q (RC) de Aron Simscape	241.2	0.045	0.4993	0.0167	3.9	0.1906
P del método Q de Aron Simscape (NL)	1471.4	0.116	0.116	0.0066	3.6	0.1842
Referencia Simscape (R)	576.0	0.001	0.0085	0.0002	4.6	0.1999
Referencia Simscape (RL)	548.7	0.166	0.1664	0.6163	2032.3	0.3197
Referencia Simscape (RC)	241.3	0.138	1.3979	0.0516	8.9	0.1938
Referencia Simscape (NL)	1457.9	0.113	0.1129	0.0064	3.7	0.1813

La tabla 6 presenta indicadores de rendimiento para los siete métodos de medición de potencia reactiva. El error máximo , el , el , el error relativo $\epsilon_{\max}\mathrm{MAE}_s\mathrm{RMSE}_s\epsilon_r$, el M_p y el t_s se calculan para diferentes tipos de cargas por fase. El tiempo de sedimentación se calcula con una tolerancia del 2%. Las cuatro condiciones de carga son cargas R, RL, RC y NL. Para la carga R, se observan los menores errores en estado estacionario para la mayoría de las metodologías. La teoría *p-q* presenta un VAR de 0,0049 y un VAR de 0,0696. Los métodos Aron-Simscape presentan errores menores; el método asociado con Q logra un valor a $\mathrm{MAE}_s\mathrm{RMSE}_s\mathrm{MAE}_s$ de 4.65×10^{-4}VAR y un de 0,0045 VAR. El sobrepaso para esta condición resistiva tiene valores altos debido al transitorio

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

inicial de arranque, que varían entre y según el método. El tiempo de asentamiento para esta condición está entre 0,1303 y 0,2391 s.RMSE_s3061.6 %12881 %

Tabla 6. Métodos de medición con indicadores de potencia reactiva con filtro**.**

Método (Tipo de carga)	$\epsilon_{\max}$ (VAR)	MAE_s (VAR)	RMSE_s (VAR)	ϵ_r (%)	M_p (%)	t_s (s)
Teoría *p-q* (R)	68.9	0.005	0.070	0.0049	6886.9	0.2165
Teoría *p-q* (RL)	119.2	0.393	0.393	0.3244	4.9	0.1856
Teoría *p-q* (RC)	301.2	0.229	2.017	0.1269	7.3	0.2012
Teoría *p-q* (NL)	544.8	0.288	0.290	0.0732	6.2	0.1917
Producto vectorial (R)	30.6	0.006	0.089	0.0061	3061.6	0.1303
Producto cruzado (RL)	118.8	0.393	0.393	0.3246	5.0	0.1835
Producto cruzado (RC)	301.3	0.211	1.866	0.1172	7.3	0.2012
Producto cruzado (NL)	546.7	19.471	19.472	4.9419	1.2	0.85
Transformada de Hilbert (R)	77.8	0.006	0.079	0.0058	7775.1	0.2261
Transformada de Hilbert (RL)	119.2	0.394	0.394	0.3254	4.8	0.1881
Transformada de Hilbert (RC)	302.0	0.052	0.398	0.0287	7.3	0.2047
Transformada de Hilbert (NL)	569.7	0.265	0.281	0.0671	6.3	0.1971
Método de dos vatímetros (R)	128.8	0.013	0.195	0.0134	12881.0	0.2391
Método de dos vatímetros (RL)	116.1	0.394	0.394	0.3254	5.6	0.1766
Método de dos vatios (RC)	301.2	0.136	1.074	0.0756	7.3	0.2049
Método de dos vatímetros (NL)	578.4	0.288	0.291	0.0731	6.3	0.1997
Q del método P de Aron Simscape (R)	33.0	0.001	0.015	0.0011	3301.8	0.147
Q del método P de Aron Simscape (RL)	120.5	0.393	0.393	0.3244	5.6	0.1848
Q del método P de Aron Simscape (RC)	301.6	0.030	0.273	0.0164	7.2	0.213
Q del método P de Aron Simscape (NL)	577.6	0.289	0.289	0.0733	6.2	0.2081
Q del método Q de Aron Simscape (R)	37.5	0.000	0.005	0.0005	3749.5	0.1493
Q del método Q (RL) de Aron Simscape	120.9	0.393	0.393	0.3244	4.7	0.1981
Q del método Q de Aron Simscape (RC)	301.6	0.042	0.419	0.0232	7.2	0.2098
Q del método Q de Aron Simscape (NL)	566.8	0.290	0.290	0.0735	6.2	0.1997
Referencia Simscape (R)	33.1	0.001	0.012	0.0009	3309.7	0.1487
Referencia Simscape (RL)	120.7	0.393	0.393	0.3245	4.7	0.1945
Referencia Simscape (RC)	301.7	0.021	0.171	0.0118	7.2	0.2111
Referencia Simscape (NL)	574.6	0.288	0.288	0.0730	6.2	0.2039

Para RL, las diferencias entre las metodologías son considerablemente menores. se mantiene entre 0,3925 VAR y 0,394 VAR y presenta valores prácticamente equivalentes. El error relativo se sitúa entre el 0,324% y el 0,325%. El sobresalto se reduce significativamente en esta condición inductiva, oscilando establemente entre $\mathrm{MAE}_s\mathrm{RMSE}_s$el 4,7 % y el 5,6 %. Los tiempos de asentamiento oscilan entre 0,1766 s y 0,1981 s, demostrando una respuesta temporal relativamente similar entre los métodos evaluados. La carga RC muestra las diferencias más

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

significativas entre las metodologías. La teoría P-Q presenta un VAR de 2,0165 y el producto vectorial alcanza 1,8655 VAR. El método de dos vatios reduce este indicador a 1,0739 VAR. Estos resultados muestran que la condición de carga RC genera una mayor dispersión de errores entre las metodologías. La mayoría de los métodos presentan valores cercanos a VAR y VAR y errores relativos cercanos a .$RMSE_s MAE_s 0.021 0.229 0.0118\ \%0.1269\ \%$, De igual manera, el sobresalto en la condición capacitiva permanece consistentemente limitado alrededor de para $7.2\ \%7.3\ \%$ todas las variantes. Sin embargo, el producto cruzado Q constituye una excepción notable, con a , un error relativo de , un exceso de y un tiempo de sedimentación de . Las metodologías restantes mantienen tiempos de asentamiento por debajo de aproximadamente 0,21 s y errores relativos cercanos al valor obtenido usando la referencia Simscape. Además, para la condición de carga no lineal (NL), el sobresalto se estabiliza en un rango moderado hasta $MAE_s = 19.4710\ VAR RMSE_s = 19.4715\ VAR 4.9419\ \%1.2\ \%0.85\ s 1.2\ \%6.3\ \%$.

Por un lado, las metodologías de potencia activa presentan altos excesos y errores durante la conmutación y perturbaciones transitorias sin filtrado. En cambio, los filtros pasa-bajos atenúan estos efectos y estabilizan la potencia activa por debajo de 0,22 W en estado estacionario, permitiendo una estimación más precisa de la potencia activa media. Por otro lado, la ausencia de filtrado genera sobresaltos y oscilaciones en la potencia reactiva durante transitorios y cambios bruscos de carga. La incorporación de filtros reduce estas fluctuaciones y mantiene una temperatura inferior a 0,29 VAR. Aunque los métodos sin filtrar preservan la dinámica instantánea, el filtrado favorece una respuesta más estable.$MAE_s MAE_s$

Conclusiones

Esta investigación tiene como objetivo revisar el comportamiento temporal, la aplicación y la formulación de siete metodologías, desarrollando siete métodos para medir la potencia compleja instantánea en sistemas trifásicos balanceados en una única plataforma de prueba. A continuación se presentan las conclusiones que confirman las metodologías conocidas. Las potencias complejas instantáneas se calculan utilizando la teoría *p-q*, el método de dos vatios y la teoría del vector cruzado, que coinciden numéricamente con los valores medios de potencia activa y reactiva. La metodología integra teorías basadas en la transformada p-q de Clarke y el producto escalar *p*, junto con la teoría de vectores cruzados q, que presentan curvas de error prácticamente idénticas para cargas lineales resistivas, resistiva-capacitivas y resistivo-inductivas. Además, la adaptación del método de dos vatios, también conocida como método de Aron, se utiliza para estimar la potencia instantánea y representa un avance práctico, especialmente para sistemas sin conductor neutro. Las formulaciones analíticas nos permiten examinar la naturaleza de estos métodos, en los que se cancela el componente fundamental de frecuencia, lo que permite estimar la potencia compleja instantánea. Las implicaciones de este estudio sugieren que el método de vector cruzado proporciona un marco conceptual para el análisis de sistemas complejos en redes eléctricas.

Las conclusiones que presentan nuevas contribuciones derivadas de esta investigación se exponen a continuación. El método de Aron presenta una mayor sensibilidad numérica y oscilaciones continuas cuando la potencia reactiva está cerca de cero, lo que indica que su uso requiere un filtrado más cuidadoso, como el uso de filtros de tope de banda. El análisis incluye la precisión

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

y estabilidad numérica de los métodos, proponiendo el uso de una escala logarítmica, que proporciona mayor sensibilidad para analizar diversas condiciones de carga. Estas condiciones incluyen cargas resistivas, resistivo-capacitivas, resistivo-inductivas y no lineales. Además, el estudio aborda el uso de filtros para sistemas equilibrados de secuencia positiva trifásica, presentando su formulación, constantes y simulación computacional, demostrando su valor para el estudio. Este estudio considera que potencias complejas instantáneas producen retardos temporales consistentes en un sobrepaso y un tiempo de estabilización de potencia. De hecho, se utiliza un filtro de parada de banda para reducir el segundo armónico en el método de dos vatios. En cuanto al rendimiento con cargas no lineales, el estudio concluye que estas plantean el mayor desafío para la precisión de medición. Cabe señalar que, con el uso de filtros, los siete métodos mantienen un error absoluto para potencia activa por debajo de 0,6 W y un error absoluto para potencia reactiva por debajo de 0,3 VAR en estado estacionario. Además, la transformada de Hilbert parece tener un límite de precisión ligeramente superior en comparación con las teorías instantáneas. Además, la integración de filtros pasa-bajos de segundo orden con una respuesta Butterworth es crucial en todas las metodologías para estabilizar las señales y distinguir eficazmente entre componentes medios y oscilatorios. En condiciones de estado estacionario tanto para cargas lineales como no lineales, las metodologías logran mantener el error absoluto medio por debajo de 0,22 W para potencia activa y por debajo de 0,29 VAR para potencia reactiva. El error cuadrático medio es inferior a 0,25 W para potencia activa y 0,29 VAR para potencia reactiva, excepto para la teoría del vector cruzado en $\mathrm{MAE}_s\mathrm{RMSE}_s Q$, que alcanza 19,47 VAR debido a la distorsión armónica y los errores porcentuales relativos son inferiores al 0,62% para potencia activa y 0,33% para potencia reactiva bajo condiciones de carga lineal.

Investigaciones futuras podrían profundizar en la comparación de sistemas trifásicos desbalanceados con distorsión armónica en la fuente, donde las limitaciones de la teoría p-q tradicional se hacen más evidentes. Además, se puede estudiar la eficiencia computacional de estos métodos para mejorar el funcionamiento de las redes eléctricas. El monitoreo de problemas de calidad de la energía puede integrarse con estas metodologías, mejorando la gestión de las redes eléctricas mediante compensación de potencia reactiva.

Declaración de contribución de autoría CRediT

Conceptualización - Ideas: Edison Andrés Caicedo Peñaranda, Pedro Julián García-Guarín. Curación de datos: Edison Andrés Caicedo Peñaranda, Pedro Julián García-Guarín. Análisis formal: Edison Andrés Caicedo Peñaranda, Pedro Julián García-Guarín. Investigación: Edison Andrés Caicedo Peñaranda, Pedro Julián García-Guarín. Metodología: Edison Andrés Caicedo Peñaranda, Pedro Julián García-Guarín. Dirección de Proyecto: Edison Andrés Caicedo Peñaranda, Pedro Julián García-Guarín. Recursos: Edison Andrés Caicedo Peñaranda, Pedro Julián García-Guarín. Supervisión: Diego León Peña Orozco. Validación: Edison Andrés Caicedo Peñaranda, Pedro Julián García-Guarín. Redacción - borrador original - Elaboración: Edison Andrés Caicedo Peñaranda, Pedro Julián García-Guarín. Redacción - revisión y edición - Elaboración: Edison Andrés Caicedo Peñaranda, Pedro Julián García-Guarín.

Financiación: Los autores declaran que no recibieron financiación externa. Conflicto de intereses: Los autores declaran no tener conflictos de intereses. Aspecto ético: No aplicable.

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

Referencias

1. Salmerón P, Herrera RS. Instantaneous reactive power theory-A general approach to poly-phase systems [Internet]. Vol. 79, Electric Power Systems Research. 2009 [cited 2026 Feb 13]. p. 1263-70.

https://doi.org/10.1016/j.epsr.2009.03.007

2. Tahri A, Draou A. Instantaneous Active and Reactive Power Measuring Method in Three Phase Power System. Leonardo Electron J Pract Technol [Internet]. 2005 [cited 2026 Feb 13];(6):17-28.

https://lejpt.academicdirect.org/A06/17_28.htm

3. Mikkili S, Panda AK. Instantaneous Active and Reactive Power and Current Strategies for Current harmonics cancellation in 3-ph 4wire SHAF With both PI and Fuzzy Controllers. Energy Power Eng [Internet]. 2011 [cited 2026 Feb 13];03(03):285-98.

https://doi.org/10.4236/epe.2011.33036

4. Akagi H, Kanazawa Y, Nabae A. Instantaneous Reactive Power Compensators Comprising Switching Devices without Energy Storage Components. IEEE Trans Ind Appl [Internet]. 1984 [cited 2026 Feb 13];IA-20(3):625-30. Available from:

https://doi.org/10.1109/TIA.1984.4504460

5. Satish G, Rameshkumar K, Dhanasakkaravarthi B, Jeyalakshmi K, Chaudhary S, Singh N. Non-Linear Controller Based 3- □ Shunt Active Filter for Improvement of Power Quality in Non-Linear Load. In: 2023 IEEE International Conference on Integrated Circuits and Communication Systems, ICICACS 2023 [Internet]. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.

https://doi.org/10.1109/ICICACS57338.2023.10099957

6. Caicedo Peñaranda, E.A, Muegues Serrano H., García Guarin J. Estimador de potencia instantánea en sistemas eléctricos monofásicos. In: XVII Congreso Internacional de Electrónica y Tecnologías de Avanzada. 2025. p. 7.

7. Herrera RS, Salmeron P. Instantaneous reactive power theory: A comparative evaluation of different formulations. IEEE Trans Power Deliv [Internet]. 2007 Jan [cited 2026 Feb 17];22(1):595-604. Available from:

https://doi.org/10.1109/TPWRD.2006.881468

8. Ustariz-Farfan AJ, Cano-Plata EA, Tacca HE. Teoría generalizada de la potencia instantánea aplicada a la compensación de cargas polifásicas. Ingeniare Rev Chil Ing [Internet]. 2012 [cited 2026 Feb 19];20(2):148-59.

https://doi.org/10.4067/S0718-33052012000200002

9. Yu Y, Zhao W, Li S, Huang S. A Two-Stage Wavelet Decomposition Method for Instantaneous Power Quality Indices Estimation Considering Interharmonics and Transient Disturbances. IEEE Trans Instrum Meas [Internet]. 2021 [cited 2026 Feb 13];70.

https://doi.org/10.1109/TIM.2021.3052554

10. Kirkham H, Strickland D, Berrisford A, Bihler M, Britton J, Kirby R, et al. IEEE 1459 - Standard Definitions for the Measurement of Electric Power Quantities Under Sinusoidal, Nonsinusoidal, Balanced, or Unbalanced Conditions. IEEE Std 1459-2025 (Revision IEEE Std 1459-2010) [Internet]. 2025 [cited 2026 Jun 10];1-61.

https://ieeexplore.ieee.org/document/11004570/

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

11. Peng FZ, Huang H, Tolbert LM, Lehman B, Li YA. Spacetime pq theory for AC and DC electric power systems. Sci Rep [Internet]. 2025 [cited 2026 Feb 17];15(1). Available from:

https://doi.org/10.1038/s41598-025-90021-3

12. Artemenko MY, Kutafin Y V., Mykhalskyi VM, Chopyk V V., Shapoval IA, Polishchuk SY. Control Strategies for Three-Phase Three-Wire Shunt Active Filter in the Reference Frame of Two-Wattmeter Method. In: Proceedings - IEEE International Conference on Electronics and Nanotechnology, ELNANO [Internet]. 2020 [cited 2026 Feb 13]. p. 780-5.

https://doi.org/10.1109/ELNANO50318.2020.9088885

13. Memon ZA, Uqaili MA, Unar A. Design of Three-Phase Hybrid Active Power Filter for Compensating the Harmonic Currents of Three-Phase System [Internet]. Vol. 31, Mehran University Research Journal of Engineering & Technology. 2012 Apr [cited 2026 Feb 13].

https://arxiv.org/pdf/1604.03223

14. Rajashekaraiah K, De Carne G, Iurlaro C, Semeraro M, Bruno S. P-Q Theory-based Dynamic Load Modelling in Short-Circuit Analysis. In: 2023 8th IEEE Workshop on the Electronic Grid, eGRID 2023 [Internet]. 2023 [cited 2026 Feb 17].

https://doi.org/10.1109/eGrid58358.2023.10380853

15. Artemenko M, Chopyk V, Polishchuk S, Mykhalskyi V, Shapoval I. Integral Power Theory and Active Filtering Using the □-□ Reference Frame. IEEE Access [Internet]. 2024 [cited 2026 Feb 13];12:60004-14. Available from:

https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3393767

16. Montoya FG, Alcayde A, Arrabal-Campos FM, Banos R. How to overcome the limitations of p-q Theory: Geometric algebra power theory to the rescue. In: IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe [Internet]. 2020 [cited 2026 Feb 14]. p. 339-43.

https://doi.org/10.1109/ISGT-Europe47291.2020.9248978

17. Czarnecki LS. Instantaneous reactive power p-q theory and power properties of three-phase systems. IEEE Trans Power Deliv [Internet]. 2006 Jan [cited 2026 Feb 13];21(1):362-7.

https://doi.org/10.1109/TPWRD.2005.852348

18. Akagi H, Ogasawara S, Kim H. The theory of instantaneous power in three-phase four-wire systems and its applications. Electr Eng Japan (English Transl Denki Gakkai Ronbunshi) [Internet]. 2001 May [cited 2026 Feb 17];135(3):74-86. Available from:

https://doi.org/10.1002/eej.1035

19. Herrera RS, Salmerón P, Vázquez JR, Litrán SP, Pérez A. Generalized instantaneous reactive power theory in poly-phase power systems. In: 2009 13th European Conference on Power Electronics and Applications, EPE '09 [Internet]. 2009 [cited 2026 Feb 17].

https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/5279292/

20. Fiorucci E. The measurement of actual apparent power and actual reactive power from the instantaneous power signals in single-phase and three-phase systems. Electr Power Syst Res [Internet]. 2015 Apr 1 [cited 2026 Feb 17];121:227-42. Available from:

https://doi.org/10.1016/j.epsr.2014.11.002

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

21. Kumar SS, Arya K, Chandrakala KRMV, Nadar KP. Implementation of Instantaneous P-Q Theory to Improve Power Quality by Shunt Active Power Filter for Non-Linear Loads. In: 2024 IEEE 3rd International Conference on Electrical Power and Energy Systems, ICEPES 2024 [Internet]. 2024 [cited 2026 Feb 13]. Available from:

https://doi.org/10.1109/ICEPES60647.2024.10653568

22. Akagi H, Watanabe EH, Aredes M. The Instantaneous Power Theory. In: Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning [Internet]. John Wiley & Sons, Ltd; 2017 [cited 2026 Feb 17]. p. 37-109. Available from:

https://doi.org/10.1002/9781119307181.ch3

23. Mikulovi J, Šekara T, Forcan M. Power definitions for three-phase systems in terms of instantaneous symmetrical components. Int J Electr Power Energy Syst [Internet]. 2023 [cited 2026 Feb 17];147. Available from:

https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2022.108808

24. Aguilera RP, Acuña P, Rojas C, Pou J, Konstantinou G, Watanabe EH. An Instantaneous Power Theory Extension for the Interphase Power Imbalance Problem. IEEE Trans Power Electron [Internet]. 2024 [cited 2026 Feb 17];39(10):12261-70.

https://doi.org/10.1109/TPEL.2024.3397788

25. Salmerón P, Herrera RS, Vázquez JR. A new approach for three-phase loads compensation based on the instantaneous reactive power theory. Electr Power Syst Res [Internet]. 2008 [cited 2026 Feb 17];78(4):605-17. Available from:

https://doi.org/10.1016/j.epsr.2007.05.003

26. Lu Z, Yan W, Huang D, Tang J, Ponci F, Monti A. State Estimation for Medium- and Low-Voltage Distribution Systems Considering Measurement Characteristics and Grounded Slack Bus. IEEE Trans Instrum Meas [Internet]. 2022 [cited 2026 Feb 13];71.

https://doi.org/10.1109/TIM.2022.3214285

27. Czarnecki LS. Constraints of instantaneous reactive power p-q theory. IET Power Electron [Internet]. 2014 Sep 1 [cited 2026 Feb 13];7(9):2201-8. Available from:

https://doi.org/10.1049/iet-pel.2013.0579

28. Czarnecki LS. On some misinterpretations of the instantaneous reactive power p-q theory. IEEE Trans Power Electron [Internet]. 2004 [cited 2026 Feb 13];19(3):828-36.

https://doi.org/10.1109/TPEL.2004.826500

29. Aredes M, Akagi H, Watanabe EH, Salgado EV, Encarnação LF. Comparisons between the p-q and p-q-r theories in three-phase four-wire systems. IEEE Trans Power Electron [Internet]. 2009 [cited 2026 Feb 17];24(4):924-33.

https://doi.org/10.1109/TPEL.2008.2008187

30. Vinifa R, Kavitha A, Selwynraj A. A Comparison of Instantaneous and Extension p-q Methods for Current Controlled Voltage Source Inverter in Microgrid. Int J Electron [Internet]. 2022 [cited 2026 Feb 18];109(11):1896-914. Available from:

https://doi.org/10.1080/00207217.2021.2001859

31. Urrego A, Laiseca S. Estudio experimental de potencias, factor de potencia y energía eléctrica en cargas industriales tomando como referencia la norma IEEE Std 1459-2010. Tecnura [Internet]. 2015 [cited 2026 Feb 17];19(1):1-14.

doi: 10.25100/iyc.v28i3.16035

http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0123921X2015000500004&script=sci_arttext

32. Van Tung L, Huy DN, Huyen LT. Comparison of Power Grid Quality Using Active Filter Control Based on P-Q Power Theory and D-Q Rotating Reference Frame Under Nonlinear Load Conditions. Proc - 2025 Int Ural Conf Electr Power Eng Ural 2025 [Internet]. 2025 [cited 2026 Feb 17];759-66.

https://doi.org/10.1109/UralCon67204.2025.11206610

33. Jauhari M, Ilman AF, Prasetyani L, Dewi T. Control Strategy for Active Power Filter Based on P-Q Theory under Non-Ideal Mains Voltages. In: Proceeding - 2020 2nd International Conference on Industrial Electrical and Electronics, ICIEE 2020 [Internet]. 2020 [cited 2026 Feb 17]. p. 31-5.

https://doi.org/10.1109/ICIEE49813.2020.9276891

34. Zou X, Sheng Y, Jiang Y. Research on active power filter technology. In: Journal of Physics: Conference Series [Internet]. IOP Publishing; 2023 [cited 2026 Feb 19]. p. 12002. h

ttps://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/2477/1/012002/meta

35. Parton JE. The measurement of power factor, and active and reactive power, of balanced n -phase n -wire systems. Proc IEE - Part IV Inst Monogr [Internet]. 1952 Dec [cited 2026 Feb 17];99(4):358-66.

https://doi.org/10.1049/pi-4.1952.0036

36. Ding W, Zhang D, Huang W, Zhong C. The two-wattmeter method of measuring electrical power based on TMS320F2812. In: 2011 International Conference on Computer Science and Service System, CSSS 2011 - Proceedings [Internet]. 2011 [cited 2026 Feb 19]. p. 910-3.

https://doi.org/10.1109/CSSS.2011.5973943

37. Beck Y, Calamaro N, Shmilovitz D. A review study of instantaneous electric energy transport theories and their novel implementations [Internet]. Vol. 57, Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2016 [cited 2026 Feb 17]. p. 1428-39. Available from:

https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.12.086