

# Análisis comparativo de las metodologías de dimensionamiento de cangilones para turbinas Pelton en sistemas de micro-generación

MECHANICAL ENGINEERING

## Comparative analysis of buckets sizing methodologies for Pelton turbines in micro-generation systems

Jorge Mario Ceballos Zuluaga<sup>1</sup><sup>§</sup>, Cesar Augusto Isaza Merino<sup>1</sup>, Iván David Patiño Arcila<sup>1</sup> Andrés David Morales Rojas<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*I. U. Pascual Bravo, Facultad de ingeniería, Programa de Ingeniería Mecánica, Medellín, Colombia*

<sup>§</sup> *j.cebillos728@pascualbravo.edu.co, c.isaza2059@pascualbravo.edu.co, i.patinoar@pascualbravo.edu.co, andres.morales@pascualbravo.edu.co*

Ceballos, J.M., Isaza, C.A., Patiño, I.D., Morales, A.D. Análisis comparativo de las metodologías de dimensionamiento de cangilones para turbinas Pelton en sistemas de micro-generación. *Ingeniería y Competitividad*.2023, 25(1); e-21411797  
<https://doi.org/10.25100/iyc.10.25100/iyc.v25i1.11797>

(Recibido: 03 de diciembre de 2021 – Aceptado: 22 de septiembre de 2022)

### Abstract

Micro-generation of electricity is an alternative used in areas that are difficult to access and are not connected to the national electricity system. To resolve that limitation, different technologies are used to take advantage of renewable energies, among which the Pelton type turbines stand out, which are distinguished by requiring large waterfalls and small flow rates. For the development and implementation of this electricity generation technology, there are some sizing methodologies, among which the following stand out: the use of parametric curves for the design of the bucket, computational fluid dynamics for the general design of the turbine and the bucket, and other more traditional methodologies that use graphical methods for the design of the bucket; all of these with some deficiencies that do not allow optimal performance under a specific operating condition. This work compares three traditional methodologies for the design of the buckets of Pelton turbines (OLADE, Nechleba and Thake), this to select the most suitable for a specific condition. Therefore, an analysis of the dynamic behavior is made by means of a modal analysis from which we obtain a first criterion, and of the structural static behavior from which we obtain the two remaining criteria, carried out in the finite element software ANSYS. From the results obtained, all the buckets meet two of the three pre-established selection criteria; Nechleba's methodology stands out as it has a better result in the resistance-weight relationship.

**Keywords:** *Bucket, Modal analysis, Micro-generation, Pelton turbine, Sizing methodology, Static structural analysis.*



## Resumen

La micro-generación eléctrica es una alternativa usada en zonas de difícil acceso y que no están conectadas al sistema eléctrico nacional. Para resolver esta limitación, se utilizan diferentes tecnologías de aprovechamiento de las energías renovables, dentro de las que se destacan las turbinas tipo Pelton, las cuales se distinguen por requerir grandes saltos de agua y pequeños caudales. Para el desarrollo e implementación de esta tecnología de generación eléctrica, existen algunas metodologías de dimensionamiento entre las que se destacan: el uso de curvas paramétricas para el diseño del cangilón, dinámica de fluidos computacional para el diseño general de la turbina y del cangilón, y otras metodologías más tradicionales que utilizan métodos gráficos para el diseño del cangilón; todas éstas con algunas deficiencias que no permiten un desempeño óptimo bajo una condición específica de operación. En este trabajo se comparan tres metodologías tradicionales para el diseño de los cangilones de las turbinas tipo Pelton (OLADE, Nechleba y Thake), esto con el fin de seleccionar la más adecuada para una condición específica. Por lo tanto, se hace un análisis del comportamiento dinámico por medio de un análisis modal del cual obtenemos un primer criterio, y del comportamiento estático estructural del cual obtenemos los dos criterios restantes, realizado en el software de elementos finitos ANSYS. De los resultados obtenidos, todos los cangilones cumplen con dos de los tres criterios de selección pre-establecidos, se destaca la metodología de Nechleba al tener un mejor resultado en la relación de resistencia - peso.

**Palabras Clave:** *Análisis estático – estructural, Análisis modal, Cangilón, Metodología de dimensionamiento, Micro-generación, Turbina Pelton.*

## 1. Introducción

En el desarrollo histórico de la humanidad, la energía en sus diferentes manifestaciones ha sido un factor determinante para su evolución. Así mismo, en lo que se refiere al confort de vida de los ciudadanos, la energía ha sido determinante; de ahí la necesidad constante de buscar nuevas fuentes y alternativas para su generación. La generación distribuida de electricidad a micro-escala (1 W – 5 kW) (1) en zonas no interconectadas (ZNI) posibilita el acceso a la energía eléctrica para pequeñas comunidades y sistemas de producción alejados de los grandes centros poblados; porque dadas sus características geográficas, de demanda y de densidad poblacional, implican una conexión de alto costo al sistema eléctrico nacional. Tradicionalmente, se han usado tecnologías convencionales para generación de energía eléctrica como las turbinas hidráulicas tipo Pelton y Kaplan, turbinas eólicas, motores de combustión interna y, más recientemente, sistemas basados en micro-turbinas a gas, celdas de combustible y sistemas fotovoltaicos (2). Aunque la mayoría de estos

sistemas buscan reducir el costo medioambiental provocado por los megaproyectos energéticos, los proyectos de micro-generación presentan algunas desventajas competitivas, entre las cuales se pueden mencionar: altos costos de inversión inicial, altos costos unitarios de generación eléctrica y, dependiendo del país, algunas barreras regulatorias que dificultan su implementación efectiva (3).

Las turbinas Pelton son turbinas tangenciales que requieren grandes saltos y pequeños caudales, razón por la cual son uno de los tipos de turbinas hidráulicas que más se utilizan en proyectos de generación distribuida. A pesar de ser una tecnología con más de 100 años, existen pocas publicaciones sobre metodologías de diseño para este tipo de turbinas. Igualmente, se puede destacar que las tecnologías para micro-generación eléctrica han experimentado muchos cambios que optimizan su funcionamiento, como por ejemplo la turbina de Lester Pelton (4), pero estos desarrollos se mantienen como secretos industriales por grandes empresas, debido al mercado tan competitivo que existe en el diseño de turbinas Pelton (5). Adicionalmente, la

población local que desarrolla los proyectos de micro-generación suele carecer de conocimiento para realizar un análisis técnico apropiado, omitiendo algunas características ingenieriles indispensables en el dimensionamiento de la turbina (6). Sin embargo, en la literatura científica se encuentran metodologías de diseño y dimensionamiento que usan procedimientos numéricos para el desarrollo del cangilón y la optimización de su funcionamiento. Entre estas metodologías se destacan las propuestas por Solemslie (7) y Zidonis et al (8), quienes utilizan curvas paramétricas para la geometría del cangilón; y otra metodología como la de Zhang (9) que utiliza dinámica de fluidos computacional (CFD en inglés) para el diseño y dimensionamiento del cangilón y turbina en general. Adicionalmente hay otras metodologías más tradicionales, entre las cuales se resaltan las de Nasir (10), OLADE (11), Nechleba (12) y Thake (13); éstas no tienen un alto nivel de complejidad de dimensionamiento. Por un lado, OLADE, al igual que Nechleba, utilizan el diámetro del chorro para el dimensionamiento de los cangilones. Por otro lado, Thake utiliza el diámetro Pelton (el doble de la distancia entre el eje de la rueda y el centro del chorro) para dicho propósito. En cuanto a la metodología propuesta por Nasir, ésta carece de recursos visuales (imágenes de las cotas del cangilón, del diámetro Pelton y demás cotas) lo que dificulta la correcta implementación de su metodología.

Siguiendo con otros autores, el trabajo realizado por Nigussie (14) buscó mejorar la metodología de dimensionamiento propuesta por Thake, enfocándose en el diseño, dimensionamiento, optimización y fabricación de las turbinas Pelton. Este autor, realizó pruebas de rendimiento de una micro-central con turbina Pelton con una potencia de diseño de 38.4 kW instalada en el río Indris en Etiopía, haciendo pruebas tanto experimentales como numéricas usando ANSYS. Su trabajo experimental mostró un aumento del 2.8% de rendimiento en la turbina respecto a su modelo

original. Otro aporte interesante se encuentra en Sarmiento Rojas (4) el cual realizó un modelo de interrelación de parámetros entre varias metodologías de turbinas Pelton para dimensionar los cangilones y el rodete, eligiendo los datos que proveyeran mejor eficiencia hidráulica y comparando su modelo con un cangilón de la central hidroeléctrica Illuchi II en Ecuador. Entre los elementos a destacar por Sarmiento Rojas, se encuentra que el modelo usado en el estudio es válido y que el cangilón resultante se desvía un máximo de 9% en sus medidas respecto al cangilón de esa central hidroeléctrica. Por último, Niño Caballero (6) desarrolló una herramienta computacional de modelado paramétrico de los cangilones y el rodete de la turbina Pelton para micro-generación. Niño Caballero comparó algunas metodologías de dimensionamiento de turbinas Pelton validando algunas de sus variables tales como: velocidad específica de la turbina, número de cucharas y otras más, según las variables que convergían en resultados similares, logrando crear una herramienta con tres datos de entrada (altura, caudal y números de polos) para que el usuario pueda modificarlos según sus requerimientos.

En el presente trabajo se busca comparar tres metodologías de dimensionamiento de los cangilones para la turbina Pelton del micro-generador con el fin de seleccionar la metodología que garantice un cangilón con mejores prestaciones estructurales de acuerdo con las condiciones de trabajo. Para esto, se realiza una comparación cuantitativa con tres criterios de selección, por medio de un análisis modal se estudia la frecuencia natural y los radios de participación modal de los cangilones (primer criterio), un análisis estático estructural da los contornos de factores de seguridad de cada cangilón según la teoría de energía de distorsión de Von Mises (segundo criterio), y la relación de factores de seguridad mínimos con el peso de cada cangilón, nos da el tercer criterio de selección.

## 2. Metodología

En el diagrama de flujo de la Figura 1 se muestran las etapas del desarrollo del presente trabajo, primero se realizó una revisión bibliográfica de metodologías de dimensionamiento de los cangilones, a partir de esta revisión se seleccionaron 3 metodologías, las cuales fueron propuestas por la Organización Latinoamericana de Energía, en adelante OLADE (11), y por los autores Nechleba (12) y Thake (13), dada su amplia referenciación en la bibliografía; se continuó con el dimensionamiento respectivo de cada cangilón y su posterior modelamiento 3D, después se sometieron estos cangilones a simulaciones modales y estático estructurales y por último, se analizaron y compararon los respectivos resultados para seleccionar el cangilón.

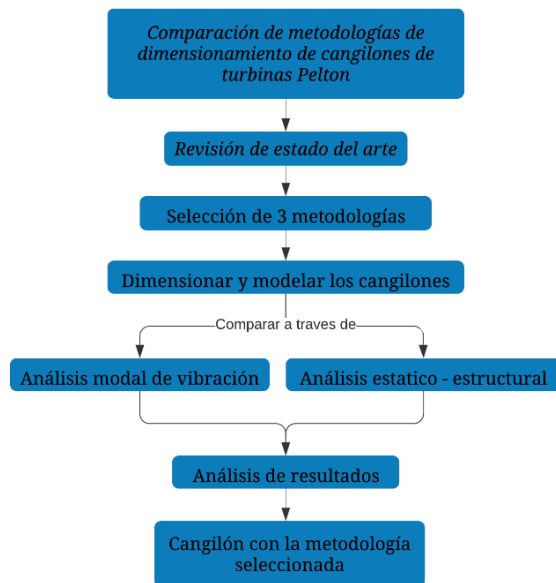


Figura 1. Desarrollo del presente trabajo.

### 2.1. Cálculo de parámetros iniciales para el dimensionamiento de cangilones

Para el diseño y dimensionamiento de cangilones para turbinas Pelton se requiere tener los datos de altura, caudal o potencia neta que tendrá la micro-central; ello es así debido a que a partir de estos

valores se derivan los demás cálculos de la micro-central. Para dimensionar los cangilones se dan los siguientes datos, los cuales se toman de un proyecto I+D+i desarrollado por la Institución Universitaria Pascual Bravo:

- Potencia neta de la micro-central,

$$P_n [kW] = 3.5$$

- Altura bruta,

$$H_b [m] = 68$$

A partir de estos datos iniciales se calculan los demás parámetros necesarios para el dimensionamiento de los cangilones. En la descripción se especifica cuando las metodologías utilizan diferentes ecuaciones para la misma variable, cuando no se especifica, es porque utilizan las mismas ecuaciones.

- Altura neta, en la cual se asume que hay 10% de pérdidas en el sistema de tubería como se recomienda en (15).

$$H_n = H_b - 0.1H_b = 0.9H_b \quad (1)$$

- Flujo volumétrico, el cual se calcula a partir de la potencia neta de la micro-central y se usa para los cálculos posteriores.

$$Q = \frac{P_n}{\gamma H_n \eta_T} \left[ \frac{m^3}{s} \right] \quad (2)$$

- Potencia hidráulica, que se estima en función de la metodología, la Ec. (3) se utiliza en OLADE y Nechleba y, la Ec. (4) en Thake:

$$P_h = \gamma Q H_n \eta_h \eta_v [W] \quad (3)$$

$$P_h = \gamma Q H_n \eta_r [W] \quad (4)$$

- Velocidad del chorro, la cual depende de un factor de corrección que varía ligeramente según cada metodología, siendo  $k_c = 0,98$  para OLADE y Nechleba, y  $k_c = 0,97$  para Thake:

$$C_0 = k_c \sqrt{2gH_n} \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (5)$$

- Diámetro del chorro, estimado a partir de la Ec. (6):

$$d_0 = \sqrt{\frac{4Q}{\pi C_0}} [m] \quad (6)$$

- Diámetro Pelton según las recomendaciones de cada metodología, la Ec. (7) para OLADE, la Ec. (8) para Nechleba y la Ec. (9) para Thake:

$$D_p = 10d_0 \quad (7)$$

$$D_p = 15d_0 \quad (8)$$

$$d_0 = 0.11D_p \quad (9)$$

- Velocidad angular de la turbina, la cual se estima a partir de la Ec. (10):

$$\omega = \frac{60k_U C_0}{\pi D_p} [rpm] \quad (10)$$

Se selecciona el número de cangilones (cucharas) “Z” según las recomendaciones de cada una de las metodologías. En el caso de Thake recomienda usar 20 cangilones para proyectos de micro generación; en cambio, OLADE y Nechleba tienen dos métodos de calcular el número de cangilones según se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Métodos de cálculo para obtener el número de cangilones.

| $\frac{D_p}{d_0}$ | OLADE |           |           | Nechleba          |           |           |
|-------------------|-------|-----------|-----------|-------------------|-----------|-----------|
|                   | $k_U$ | $Z_{min}$ | $Z_{max}$ | $\frac{d_0}{D_p}$ | $Z_{min}$ | $Z_{max}$ |
| 15                | 0.471 | 21        | 27        | $\frac{1}{6}$     | 17        | 21        |
| 14                | 0.469 | 21        | 26        | $\frac{8}{1}$     | 18        | 22        |
| 13                | 0.466 | 20        | 25        | $\frac{10}{1}$    | 19        | 24        |
| 12                | 0.463 | 20        | 24        | $\frac{15}{1}$    | 22        | 27        |
| 11                | 0.46  | 19        | 24        | $\frac{20}{1}$    | 24        | 30        |
| 10                | 0.456 | 18        | 23        | $\frac{25}{1}$    | 26        | 33        |
| 9                 | 0.451 | 18        | 22        |                   |           |           |
| 8                 | 0.445 | 17        | 22        |                   |           |           |
| 7.5               | 0.441 | 17        | 21        |                   |           |           |

Fuente: (11,12).

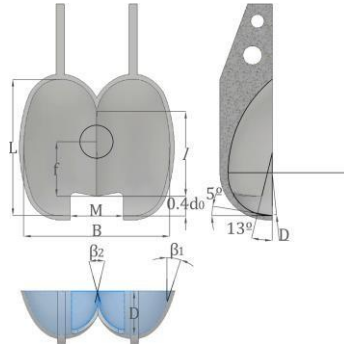
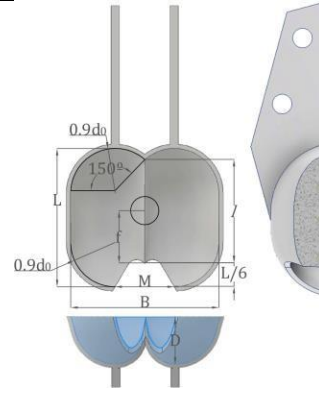
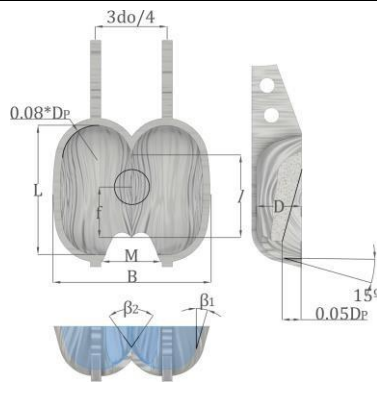
- Ángulo de separación de las cucharas se estima con la Ec. (11):

$$\theta = \frac{360}{Z} [rpm] \quad (11)$$

## 2.2. Dimensionamiento de los cangilones

En Tabla 2 se presentan las cotas de dimensionamiento y ubicación para las metodologías de OLADE, Nechleba y Thake, respectivamente

Tabla 2. Dimensionamiento y ubicación de las cotas en los cangilones.

| Símbolo       | OLADE   | Nechleba  | Thake   |
|---------------|---|---|---|
|               |  |  |  |
| $B$ [mm]      | $3d_0$  | $3.2d_0$  | $0.34D_P$   |
| $L$ [mm]      | $2.8d_0$  | $2.8d_0$  | $0.30D_P$   |
| $D$ [mm]      | $0.9d_0$  | $0.9d_0$  | $0.12D_P$   |
| $f$ [mm]      | $0.9d_0$  | $0.9d_0$  | $0.114D_P$  |
| $M$ [mm]      | $1.1d_0$  | $1.2d_0$  | $0.14D_P$   |
| $l$ [mm]      | $1.6d_0$  | $2d_0$  | $0.184D_P$  |
| $\beta_1$ [°] | 15  | -   | 15  |
| $\beta_2$ [°] | 16  | -   | 15  |

Fuente: Adaptado de (11–13).

En cuanto al espesor, se considera igual a 1.5 mm para todos los cangilones y se mantiene igual para que no influya en los resultados estructurales. Se puede destacar que a menudo no se especifica este valor en las metodologías de dimensionamiento de cangilones.

### 2.3. Análisis modal y estático - estructural

#### Configuración de los modelos

Los análisis modales y estático - estructural se realizan en ANSYS. Se usan estos análisis porque ayudan a comparar y seleccionar las geometrías de los cangilones más idóneos para una condición específica con un reducido gasto computacional.

Para los análisis, se utiliza aluminio 7075-O, más conocido como duraluminio, como material de

construcción de los cangilones, cuyas propiedades se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Propiedades del aluminio 7075-0 usado como material de fabricación de los cangilones.

| Propiedad                     | Valor |
|-------------------------------|-------|
| Densidad [ $\frac{kg}{m^3}$ ] | 2830  |
| Módulo de Young [MPa]         | 73000 |
| Coefficiente de Poisson [-]   | 0.33  |
| Esfuerzo de fluencia [MPa]    | 103   |

Fuente: [asm.matweb.com](http://asm.matweb.com) y Asteco SA.

Además, a la malla se le realiza un análisis de calidad mediante el sesgo u oblicuidad para verificar si un elemento de la malla está cercano a un elemento ideal, siendo este último un elemento que es equilátero o equiángulo (16,17). En la Tabla 4 se aprecia la clasificación de los elementos según el valor del sesgo.

Tabla 4. Valoración de elementos según sesgo.

| Valor del sesgo | Clasificación del elemento |
|-----------------|----------------------------|
| 0               | Ideal                      |
| >0-0.25         | Excelente                  |
| 0.25-0.5        | Bueno                      |
| 0.5-0.75        | Moderado                   |
| 0.75-0.9        | De moderado a malo         |
| 0.9-<1          | Malo                       |
| 1               | Degenerado                 |

Fuente: (16,17).

### Análisis modal de los cangilones

El análisis modal permite identificar las frecuencias naturales donde la turbina Pelton en su conjunto o en cangilones individuales, pueden entrar en resonancia afectándose así su integridad estructural. Se utiliza el factor de participación modal para encontrar los modos con las frecuencias naturales más importantes, y normalizando este factor con el valor máximo, se encuentra el radio de participación modal que permite identificar más fácilmente los modos de excitación más importantes. Los análisis modales sólo requieren la condición de frontera o contorno tipo Dirichlet. Para este caso, se fijan los agujeros de los tornillos que conecta el cangilón al rodete de la turbina, como se muestra en la Figura 2.

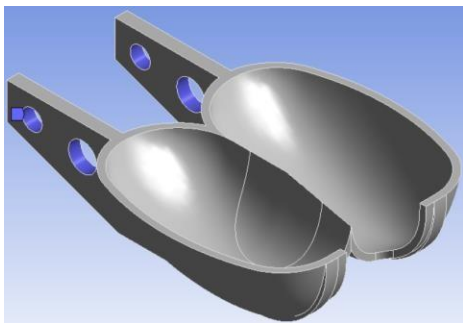


Figura 2. Puntos de fijación de los cangilones.

Para el análisis en este trabajo, se solicitan los primeros 20 modos de vibración y se comparan con la frecuencia angular de la turbina Pelton como primer criterio de selección de los cangilones, con el fin de identificar que tan lejos

o tan cerca está el fenómeno de la resonancia. Igual se deben identificar en específico los modos de mayor excitación que puedan generar un daño considerable en la dirección de flujo tangencial.

### Análisis estático – estructural de los cangilones

El análisis estático estructural permite verificar las deformaciones, esfuerzos y factores de seguridad del cangilón. Este análisis permite hacer una comparación entre los diferentes cangilones; no arroja resultados exactos de esfuerzos y deformaciones. Es así porque se está aproximando un caso de impacto como uno estático con una presión dinámica equivalente. Sin embargo, permite llevar a cabo análisis comparativos de forma correcta.

Los análisis estáticos – estructurales necesitan la imposición de condiciones de frontera o contorno tipo Dirichlet y Neumann; para este caso, la condición de Dirichlet es la misma que en el análisis modal (ver Figura 2) y la condición Neumann es la presión dinámica que se calcula a través de la Ec. (12):

$$p_d = \frac{1}{2} \rho C_0^2 [Pa] \quad (12)$$

Esta presión tiene un área de aplicación que se proyecta en el cangilón, por tanto, se crea una superficie de diámetro del chorro y se proyecta, como se muestra en la Figura 3.

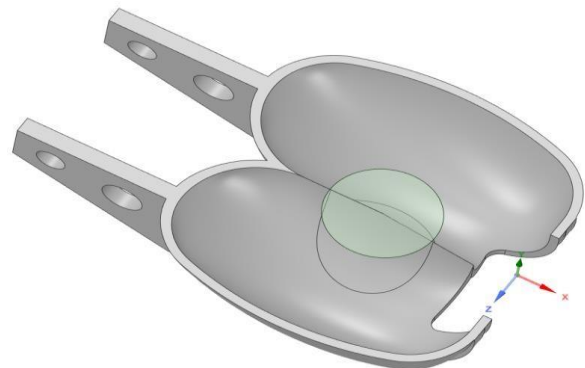


Figura 3. Proyección del chorro en el cangilón.

En este análisis interesan, como uno de los criterios de selección, los contornos de los factores de seguridad; en especial se atiende a los factores de seguridad mínimos de cada cangilón. Este criterio es de especial interés debido a que a través de este valor se puede elegir el cangilón con mejor comportamiento estructural. Para el cálculo de los factores de seguridad, se utiliza la teoría de energía de distorsión de Von Mises considerando que el material es dúctil. En este sentido, se utiliza un factor de seguridad permisible  $FS_{perm} = 1.4$ , definido para evitar estar en los límites de resistencia del material sin aumentar considerablemente su cantidad.

Además, un último criterio de selección define la relación entre los factores de seguridad mínimos y el peso respectivo para cada cangilón (ver Ec (13)).

$$R = \frac{FS_{min}}{W} \left[ \frac{1}{g} \right] \quad (13)$$

Esto se realiza con el fin de tener un valor que indique la mejor relación de resistencia-peso del cangilón. En esta dirección es posible reducir costos de fabricación si se elige un cangilón con menos peso y que cumpla con los demás criterios de selección planteados.

### 3. Resultados and Discusión

#### 3.1. Resultados de parámetros iniciales y modelado CAD de los cangilones

Tabla 5 se presentan los resultados de los parámetros necesarios para el dimensionamiento de los cangilones.

Tabla 5. Parámetros necesarios para el dimensionamiento de los cangilones.

| Símbolo                               | OLADE | Nechleba | Thake | Tipo             |
|---------------------------------------|-------|----------|-------|------------------|
| $P_n [W]$                             |       | 3500     |       |                  |
| $\rho \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$  |       | 998      |       |                  |
| $g \left[ \frac{m}{s^2} \right]$      |       | 9.8      |       |                  |
| $\gamma \left[ \frac{N}{m^3} \right]$ |       | 9780.4   |       |                  |
| $H_b [m]$                             |       | 68       |       | Datos de entrada |
| $H_n [m]$                             |       | 61.2     |       |                  |
| $\eta_T [-]$                          |       | 0.70     |       |                  |
| $\eta_h [-]$                          |       | 0.84     | -     |                  |
| $\eta_v [-]$                          |       | 0.95     | -     |                  |
| $\eta_r [-]$                          | -     | -        | 0.80  |                  |
| $k_c [W]$                             |       | 0.98     | 0.97  |                  |
| $Q \left[ \frac{m^3}{s} \right]$      |       | 0.00835  |       |                  |
| $k_U [-]$                             |       | 0.46     |       |                  |
| $P_h [W]$                             |       | 3990     | 4000  |                  |
| $C_0 \left[ \frac{m}{s} \right]$      |       | 33.94    | 33.6  | Datos de salida  |
| $d_0 [m]$                             |       | 0.018    | 0.018 |                  |
| $D_p [m]$                             | 0.18  | 0.27     | 0.164 |                  |
| $\omega [rpm]$                        | 1700  | 1100     | 1800  |                  |
| $Z [-]$                               | 20    | 24       | 20    |                  |
| $\theta [^\circ]$                     | 18    | 15       | 18    |                  |

Por otro lado, en la Tabla 6 se presentan los resultados del dimensionamiento de cada cangilón con el respectivo peso.

Tabla 6. Resultados de los dimensionamientos.

| Símbolo            | OLADE | Nechleba | Thake |
|--------------------|-------|----------|-------|
| $B [mm]$           | 54    | 57.6     | 55.76 |
| $L [mm]$           | 50.4  | 50.4     | 49.2  |
| $D [mm]$           | 16.2  | 16.2     | 19.68 |
| $f [mm]$           | 16.2  | 16.2     | 18.7  |
| $M [mm]$           | 19.8  | 21.6     | 22.96 |
| $l [mm]$           | 28.8  | 36       | 30.18 |
| $\beta_1 [^\circ]$ | 15    | -        | 15    |
| $\beta_2 [^\circ]$ | 16    | -        | 15    |
| $W [g]$            | 26    | 36       | 25    |



En la Figura 4, Figura 5 y Figura 6 se muestra la modelación 3D de los cangilones:

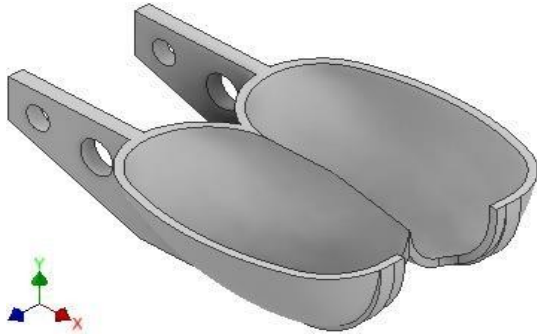


Figura 4. Modelado 3D del Cangilón de OLADE.

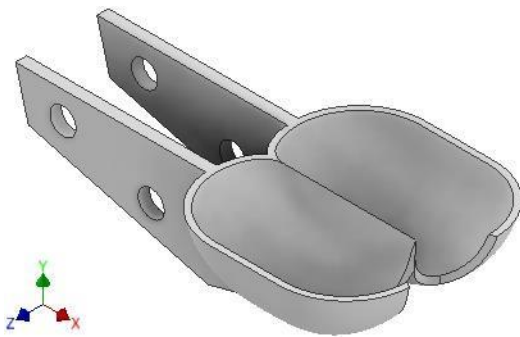


Figura 5. Modelado 3D del Cangilón de Nechleba.

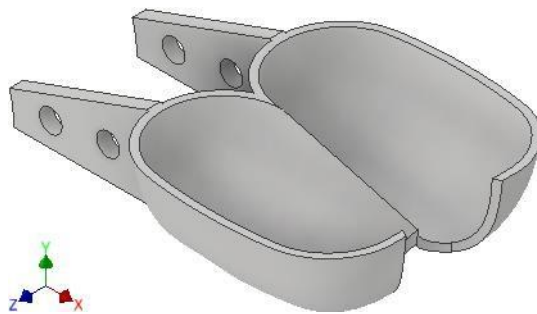


Figura 6. Modelado 3D del Cangilón de Thake.

Se ha seguido las metodologías de manera literal, a excepción del cangilón de Thake en el cual los soportes son sólidos, por lo que se hace bi-roto para tener una correcta comparación. Según se observa en la Tabla 6, los cangilones tienen medidas muy cercanas, sin importar incluso que el cangilón de Thake se dimensione de forma diferente (a partir del diámetro Pelton); esto indica que las metodologías de dimensionamiento guardan cierta relación entre ellas. Según la Tabla 2, cada metodología utiliza cotas diferentes para el dimensionamiento del cangilón. Se resalta que OLADE especifica muchos más ángulos que las otras metodologías y se nota una gran diferencia en el ángulo de inclinación de la arista de corte de los cangilones, pues son diferentes en todos los casos (18).

Se añade que se hace necesario el uso de superficies a partir de curvas en programas CAD para modelar los cangilones (en este caso Autodesk Inventor Professional), ya que es una forma más efectiva de modelar cangilones sin importar la complejidad de la geometría, y es un antecesor a la modelación de cangilones mediante curvas paramétricas. En este aspecto se puede nombrar a Solano León y Bolívar Bernal (19) que obtuvieron un cangilón con una geometría muy básica y que requiere un cangilón con mejor dimensionamiento si se busca tener mejor rendimiento energético.

### 3.2. Controles de malla

Los controles de malla con los que se realizaron los análisis están representados en la Tabla 7.

Tabla 7. Controles de malla de los cangilones.

| Controles               | OLADE       | Nechleba    | Thake       |
|-------------------------|-------------|-------------|-------------|
| Tipo de elemento        | Tetraédrico | Tetraédrico | Tetraédrico |
| Tamaño de elementos [m] | 5e-4        | 5e-4        | 5e-4        |
| Número de elementos [-] | 73052       | 89413       | 75287       |
| Nodos [-]               | 131079      | 160160      | 135373      |

En la Figura 7, Figura 8 y Figura 9 se muestran las mallas obtenidas en los cangilones de OLADE, Nechleba y Thake.

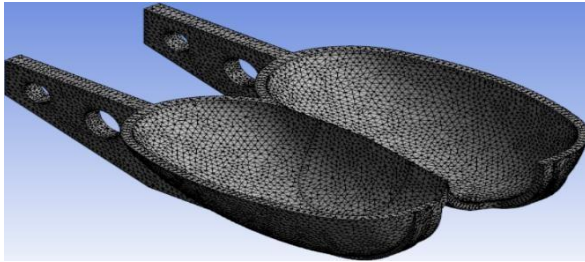


Figura 7. Malla del cangilón de OLADE. Fuente: ANSYS Inc.

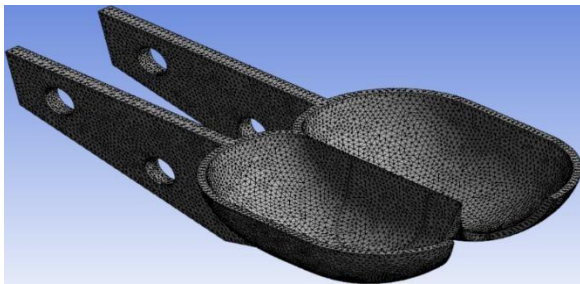


Figura 8. Malla del cangilón de Nechleba. Fuente: ANSYS Inc.

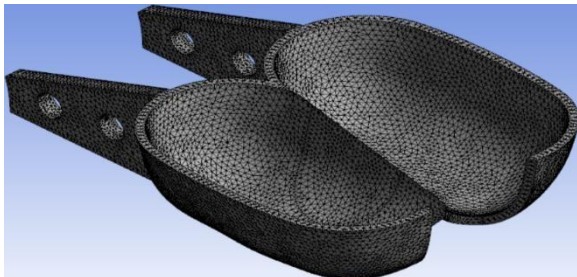


Figura 9. Malla del cangilón de Thake. Fuente: ANSYS Inc.

### 3.3. Análisis de calidad y dependencia de malla

En la Figura 10 se presenta el análisis de calidad de malla de los cangilones:

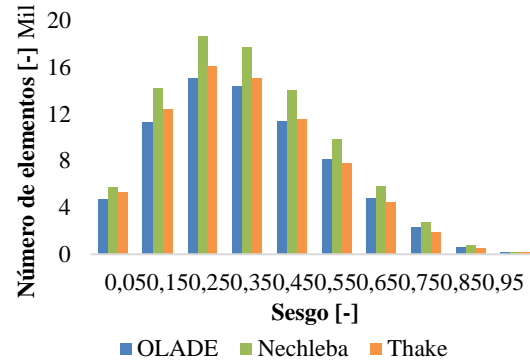


Figura 10. Análisis de calidad de malla de cada cangilón.

El tipo de elemento usado en la malla es el tet10 (tetraédrico de 10 nodos). Según la Tabla 4 los cangilones tienen una calidad de malla aceptable debido a que la mayoría de los elementos de la malla están en el rango de excelente a moderado.

El análisis de la dependencia de malla se representa en la Figura 11:

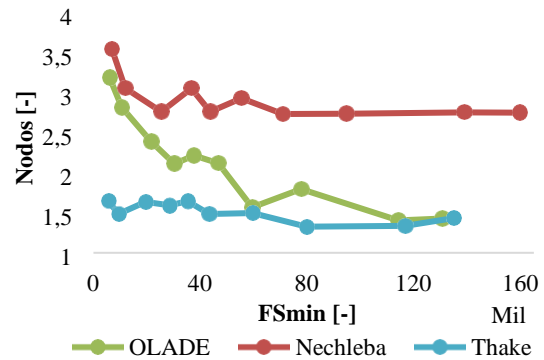


Figura 11. Dependencia de malla de los cangilones.

El análisis de la dependencia de malla muestra que el cangilón de Thake tiene el factor de seguridad más constante sin importar el número de nodos; en el caso contrario, los cangilones de OLADE y Nechleba muestran una variación más alta que el cangilón de Thake, los mismos se van haciendo más constantes a medida que se refina más la malla (se alcanza la convergencia numérica). La convergencia comienza a partir de los 60000 nodos aproximadamente para el

cangilón de OLADE, a los 70000 nodos para Nechleba y a los 50000 para Thake.

Teniendo en cuenta este los análisis de calidad y dependencia de malla se optan por usar los tamaños de mallas dado en la Tabla 7.

### 3.4. Resultados de análisis modales

En la Figura 12 se presentan las 20 primeras frecuencias naturales de vibración del cangilón para las diferentes metodologías analizadas.

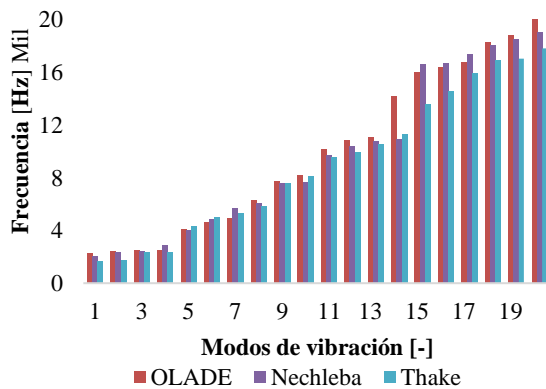


Figura 12. Análisis modal de los cangilones.

Se filtran aquellos modos de vibración con radio de participación modal mayor a 0.7 para el desplazamiento en el eje “Y” (Tabla 8) y la rotación respecto al eje “Z” (Tabla 9), por ser éstos los grados de libertad de mayor excitación cuando el chorro golpea al cangilón. El sistema coordinado global usado se aprecia en la Figura 4, Figura 5 y Figura 6.

Tabla 8. Modos de vibración con mayor radio de participación modal en el eje “Y”.

| Modo de vibración | OLADE | Nechleba | Thake |
|-------------------|-------|----------|-------|
| 1                 | -     | -        | 1     |
| 3                 | -     | 1        | -     |
| 4                 | 1     | -        | -     |
| 6                 | -     | 0.897788 | -     |

Tabla 9. Modos de vibración con mayor radio de participación modal en la rotación respecto al eje “Z”.

| Modo de vibración | OLADE | Nechleba | Thake |
|-------------------|-------|----------|-------|
| 6                 | -     | 0.814235 | -     |
| 15                | -     | 1        | -     |
| 17                | -     | 0.864961 | -     |
| 20                | 1     | -        | 1     |

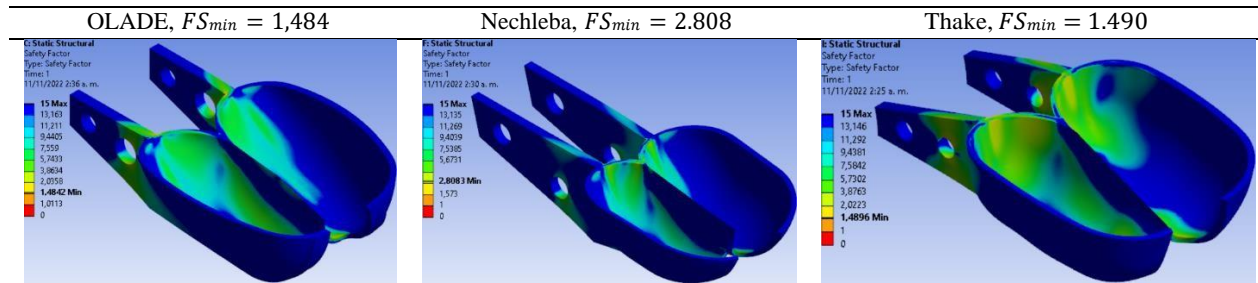
El análisis modal arrojó unos modos de vibración con frecuencias mucho mayores a las podrían desarrollar los cangilones dimensionados ensamblados con el rodete (ver Figura 12); sin embargo, se destaca que no en todos los 20 modos de vibración presentados se podría presentar resonancia, sino solo en los modos en que el radio de participación modal esté cercano o igual a 1 para los movimientos de excitación mencionados. En la Tabla 8 y Tabla 9 los modos con radio de participación igual a 1 son: el modo 4 para OLADE, el 3 para Nechleba y el 1 para Thake en el eje “Y”; el modo 15 para Nechleba y el 20 para OLADE y Thake en la rotación respecto a “Z”. De aquí podemos deducir que los tres cangilones no se excitan necesariamente en los mismos modos.

Es significativo destacar que autores como Montagut (20) y Mack y Probst (21) comparan resultados numéricos con resultados experimentales para mejorar los modelos para detectar fallas dinámicas en las turbinas Pelton. Además Mack y Probst (21) realiza este análisis en la turbina Pelton (rodete más cangilones) al igual que Montagut (20), aunque este último también realiza el análisis en un solo cangilón como en este trabajo. Se resalta que las turbinas que estos autores analizan son de una única pieza, no son ensambladas como en este trabajo, pero se nota que también obtienen frecuencias naturales con valores altos, pero se debe tener en cuenta que las turbinas que analizan tienen más de un chorro y eso incrementa la velocidad de rotación de la turbina. Así mismo, Montagut (20) menciona que el desplazamiento en los cangilones es mayor en los modos dominados por los cangilones (en

frecuencia más altas) que en los modos dominados por el rodete (en frecuencias más bajas) y las frecuencias dominadas por los cangilones en la turbina Pelton son más bajas que las frecuencias con solo un cangilón.

### 3.5. Resultados de análisis estático estructural

Tabla 10. Gráfica de contornos de factores de seguridad de los cangilones.



En Tabla 10 se muestra la gráfica de contornos de los factores de seguridad en los cangilones. En OLADE y Thake hay zonas donde el  $FS$  es bajo pero que supera el  $FS_{perm}$ , resaltando que en Thake tiene zonas más cercanas al  $FS_{perm}$  comparado con OLADE. Por otro lado, el cangilón de Nechleba tiene un  $FS_{min}$  mayor que el de OLADE y no tiene zonas cercanas al  $FS_{perm}$ . Todos los cangilones tienen valores por encima de  $FS_{perm}$ .

Ya que todos los cangilones cumplen los dos primeros dos criterios, se aplica el tercer criterio mencionado sobre la relación de factores de seguridad y el peso del cangilón.

Este último criterio utiliza los  $FS_{min}$  dados en la Tabla 10 y los pesos dados en la Tabla 6 de cada cangilón, dando como resultado:

$$R(OLADE) = \frac{1.484}{26} = 0.057$$

$$R(Nechleba) = \frac{2.808}{36} = 0.078$$

La Tabla 10 presenta los factores de seguridad mínimos de cada cangilón sobre la base de la teoría de energía de distorsión de Von Mises y junto con la respectiva gráfica de contornos de cada cangilón.

$$R(Thake) = \frac{1.490}{25} = 0.059$$

Con estos resultados, se selecciona a Nechleba debido a que la relación de factor de seguridad mínimo con el peso del cangilón es la más alta, y con un mejor factor de seguridad mínimo.

Es importante resaltar que es el cangilón de Nechleba es el más pesado de los tres, si se decide fundir cangilones con esta metodología, se gastaría mucho más material que si utiliza alguno de los otros dos cangilones y que aún cumple con los dos primeros criterios, por ejemplo, el cangilón de OLADE que tiene una mejor confiabilidad respecto a Thake en cuando a la distribución de los contornos de los factores de seguridad.

Adicionalmente, en otros trabajos sobre turbinas Pelton que utilizan este análisis se limitan a hallar los esfuerzos y deformaciones que están sometidos los cangilones con el fin de seleccionar materiales adecuados para los componentes de la turbina como Agudelo et al (22), realizar una

comparación entre los materiales de la turbina como en Reddy y Prasad (23) o con el fin de comparar los valores de deformación y esfuerzo según dos tipos de condiciones de Neumann, utilizando una fuerza aplicada en un punto del cangilón (donde se ubica el diámetro Pelton) y una distribución de presión en el cangilón Nikhil (24).

#### 4. Conclusiones

En este artículo se presenta una comparación cuantitativa de tres metodologías de dimensionamiento de cangilones partiendo de tres criterios de selección previamente definidos. El primer criterio se obtuvo por medio del análisis modal, el segundo y tercer criterio se extraen a partir del análisis estático – estructural

De los resultados obtenidos se concluye que las frecuencias naturales de los cangilones son mucho mayores que la velocidad de giro de la turbina para las metodologías de dimensionamiento analizadas, esto permitirá determinar cómo responde el sistema a excitaciones externas y ayuda a evitar que alcance la resonancia para sistemas específicos de funcionamiento.

Del análisis de los factores de seguridad derivado del análisis estático-estructural para las metodologías estudiadas y bajo las condiciones mostradas, se evidenció que la metodología Nechleba posee una mejor relación de factor de seguridad–peso, y con un mejor factor de seguridad mínimo, comparada con las otras dos metodologías, lo que permitiría un aumento de la vida útil del cangilón para las condiciones dadas, sin embargo, las metodologías de OLADE y Thake presentan relaciones de factor de seguridad – peso aceptables con un peso considerablemente menor al de Nechleba, por lo que son buenas opciones si se procura un cangilón no muy pesado, aunque convendría utilizar un material con un esfuerzo de fluencia más alto.

#### 5. Agradecimientos

Los autores agradecen a la convocatoria institucional para financiar proyectos del I+D+i y/o arte y diseño (Resolución Rectoral 067 del 30 de enero de 2019) como fuente de financiación del proyecto IN202005 y al programa Pascualino Creativo e Innovador (Resolución Rectoral 373 del 23 de abril de 2020).

#### 6. Nomenclatura

| Símbolo     | Unidad           | Definición   |
|-------------|------------------|--|
| $H_b$       | $m$              | Altura bruta   |
| $H_n$       | $[m]$            | Altura neta  |
| $B$         | $[mm]$           | Ancho de la cuchara.   |
| $M$         | $[mm]$           | Ancho de la mella.   |
| $\beta_1$   | $[\circ]$        | Ángulo de salida del chorro en la cuchara.                       |
| $\theta$    | $[\circ]$        | Ángulo de separación de los cangilones                           |
| $\beta_2$   | $[\circ]$        | Ángulo frontal de la arista.                                     |
| $k_c$       | $[-]$            | Coefficiente de velocidad del chorro                             |
| $k_u$       | $[-]$            | Coefficiente de velocidad periférica                             |
| $\rho$      | $\frac{kg}{m^3}$ | Densidad del agua  |
| $d_o$       | $[m]$            | Diámetro del chorro  |
| $D_p$       | $[m]$            | Diámetro Pelton  |
| $f$         | $[mm]$           | Distancia del centro de chorro a la punta de la arista de corte. |
| $\eta_r$    | $[-]$            | Eficiencia del rodete  |
| $\eta_h$    | $[-]$            | Eficiencia hidráulica  |
| $\eta_T$    | $[-]$            | Eficiencia total de la microcentral                              |
| $\eta_v$    | $[-]$            | Eficiencia volumétrica   |
| $FS$        | $[-]$            | Factor de seguridad  |
| $FS_{min}$  | $[-]$            | Factor de seguridad mínimo                                       |
| $FS_{perm}$ | $[-]$            | Factor de seguridad permisible                                   |
| $Q$         | $\frac{m^3}{s}$  | Flujo volumétrico del agua                                       |
| $g$         | $\frac{m}{s^2}$  | Gravedad atmosférica   |
| $L$         | $[mm]$           | Largo de la cuchara.   |
| $l$         | $[mm]$           | Longitud de la arista de corte.                                  |
| $Z$         | $[-]$            | Número de cucharas   |
| $Z_{max}$   | $[-]$            | Número de cucharas máximo  |
| $Z_{min}$   | $[-]$            | Número de cucharas mínimo  |
| $W$         | $[g]$            | Peso del cangilón  |

|          |                              |   |
|----------|------------------------------|---|
| $\gamma$ | $\left[\frac{N}{m^3}\right]$ | Peso específico del agua                                  |
| $P_h$    | $kW$                         | Potencia hidráulica                                       |
| $P_n$    | $kW$                         | Potencia neta de la microcentral                          |
| $p_d$    | $[Pa]$                       | Presión dinámica  |
| $R$      | $\left[\frac{1}{g}\right]$   | Relación del factor de seguridad con el peso del cangilón |
| $D$      | $[mm]$                       | Profundidad de la cuchara.                                |
| $\omega$ | $[rpm]$                      | Velocidad angular de la turbina                           |
| $C_0$    | $\left[\frac{m}{s}\right]$   | Velocidad del chorro                                      |

<http://repository.kmou.ac.kr/handle/2014.oak/11659>

## 7. Referencias

1. El-Khattam W, Salama MMA. Distributed generation technologies, definitions, and benefits. *Electric Power Systems Research*. 2004;71(2):119–28.
2. Fernández de Alarcón Medina J. Estudio de los sistemas de microgeneración en España [Internet]. Universidad Carlos III de Madrid; 2010. Available from: <http://hdl.handle.net/10016/10860>
3. Ackermann T, Andersson G, Söder L. Distributed generation: A definition. *Electric Power Systems Research*. 2001;57(3):195–204.
4. Sarmiento Rojas JA. Metodología de diseño para turbinas tipo Pelton, mediante un estudio paramétrico [Internet] [Trabajo de maestría]. [Quito]: Escuela Politécnica Nacional; 2020. Available from: <http://bibdigital.epn.edu.ec/handle/15000/20949>
5. Tuvshintugs B. 5kW and 100kW Pelton Turbine Design and Performance Analysis for Air Injected Operation [Internet] [Master Thesis]. Korea Maritime and Ocean University; 2018. Available from: <http://repository.kmou.ac.kr/handle/2014.oak/11659>
6. Niño Caballero JC. Desarrollo de una herramienta de dimensionamiento paramétrico de turbinas Pelton enfocada a PCH's. Universidad Autónoma de Bucaramanga; 2019.
7. Solemslie BW. Experimental methods and design of a Pelton bucket [PhD Thesis]. Norwegian University of Science and Technology; 2016.
8. Židonis A, Panagiotopoulos A, Aggidis GA, Anagnostopoulos JS, Papantonis DE. Parametric optimisation of two Pelton turbine runner designs using CFD. *Journal of Hydrodynamics, Ser B*. 2015 Jun 1;27(3):403–12.
9. Zhang Z. Pelton turbines [Internet]. Springer Publishing International, editor. Zurich; 2016. 311 p. Available from: <https://www.springer.com/gp/book/9783319319087>
10. Nasir BA. Design considerations of micro-hydro-electric power plant. In: *Energy Procedia*. 2014. p. 19–29.
11. Hernandez C, Indacochea E. Apuntes para un diseño, estandarización y fabricación de equipos para pequeñas centrales hidroeléctricas. Volumen II. Turbinas Pelton. OLADE OL de energía, editor. Lima; 1988. 96 p.
12. Nechleba M. Hydraulic turbines: their design and equipment. 1957;
13. Thake J. Micro-hydro Pelton Turbine Manual. PRACTICAL ACTION PUBLISHING; 2000.
14. Nigussie T. CFD Based Design Optimization, Fabrication and Testing of A Micro Hydro Pelton Turbine [Internet] [PhD dissertation]. Addis Ababa University; 2018. Available from: <http://etd.aau.edu.et/handle/123456789/23756>

15. Coz F, Sanchez T, Viani B, Segura J, Quiroz L, Gaitán J, et al. Manual de mini y microcentrales hidráulicas. ITDG, editor. Lima; 1995. 191 p.
16. ANSYS INC. Lecture 7: Course of Introduction to ANSYS Meshing. In Course os Introduction to ANSYS Meshing. 2015 p. 1–37.
17. ANSYS INC. Appendix A: Mesh Quality. In Training Manual: ANSYS Meshing Application Introduction. 2009 p. 1–66.
18. Salas Araya MG, Ureña Naranjo BM, Villalba Chacón MA. Diseño y construcción de una pico turbina hidroeléctrica tipo Pelton, para potencias de hasta 1000 watts [Trabajo de Fin de grado]. Universidad de Costa Rica; 2017.
19. Solano León FA, Bolivar Bernal CA. Diseño de una pico central hidroeléctrica para la generación de energía en el bloque A de la Universidad Libre sede Bosque Popular [Trabajo de Fin de grado]. Universidad Libre; 2015.
20. Montagut ME. Study of the dynamic behavior of Pelton turbines [Doctoral Thesis]. Universitat Politècnica de Catalunya; 2019.
21. Mack R, Probst C. Evaluation of the dynamic behavior of a Pelton runner based on strain gauge measurements. IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2016;49(2).
22. Agudelo S, Chica E, Obando F, Sierra N, Velasquez L. Diseño, simulación, fabricación y caracterización de una turbina tipo Pelton de 5 kW. *Ingeniería y competitividad*. 2013;193(1):183–93.
23. Reddy NNI, Prasad TS. Design and Static Analysis of Pelton Turbine Bucket. *International Journal of Science Technology and Management*. 2015;4(08):19–25.
24. Nikhil JG, Sebin S, Kevin RJ, Ashwin CA. Static Analysis On Pelton Wheel Bucket Structural Deformation and Material Property Study. 2018;(January):2–6.